OVER HET

BEREKENEN DER GEMIDDELDE WATERHOOGTE

EN

DER WATERGETIJDEN,

UIT GEDANE WAARNEMINGEN.

DOOR

F. J. STAMKART.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1854.



OVER HET

BEREKENEN DER GEMIDDELDE WATERHOOGTE

EN

DER WATERGETIJDEN,

UIT GEDANE WAARNEMINGEN.

DOOR

F. J. STAMKART.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1854.

OVER HET

BEREKENEN DER GEMIDDELDE WATERHOOGTE

EN

DER WATERGETIJDEN,

UIT GEDANE WAARNEMINGEN,

DOOR

F. J. STAMKART.

Indien M de hoogte van het water voorstelt, onafhankelijk van de werkingen van zon en maan, dat is, alleen gewijzigd door de werking van den wind en door de drukking van den dampkring;

a, a_1, a_2, a_3, a_4 enz. coëfficienten,
b_1, b_2, b_3, b_4 enz. bogen,

die van de aantrekking der zon, de beweging der aarde, de diepte der zee, den vorm der kusten enz. afhangen;

A, A_1, A_2, A_3, A_4 enz. coëfficienten,
B_1, B_2, B_3, B_4 enz. bogen,

die op dezelfde wijze functiën zijn van de aantrekking der maan, en van de betrekkelijke beweging van maan en aarde, nevens verdere standvastige grootheden; eindelijk

p de uurhoek der zon, P der maan,

en h de hoogte van het water op een zeker oogenblik; dan kan men schrijven:

$$h = \mathrm{M} + \left\{ \begin{matrix} a + a_1 \,Sin.(p + b_1) + a_2 Sin.(2p + b_2) + a_3 Sin.(3p + b_3) + a_4 Sin.(4p + b_4) \\ \mathrm{A} + \mathrm{A}_1 \,Sin.(\mathrm{P} + \mathrm{B}_1) + \mathrm{A}_2 Sin.(2\mathrm{P} + \mathrm{B}_2) + \mathrm{A}_3 Sin.(3\mathrm{P} + \mathrm{B}_3) + \mathrm{A}_4 Sin.(4\mathrm{P} + \mathrm{B}_4) \end{matrix} + \text{enz.} \right\} \quad (1)$$

De waarheid dezer uitdrukking kan, op algemeene gronden ligt aangewezen worden; want, onderstelt men vooreerst b. v. alleen de werking der zon, en neemt men daarbij de declinatie van dat hemellicht standvastig, dan is alleen de uurhoek p veranderlijk; de hoogte h—M moet dus, in dit geval, eene functie van p en van *standvastige* grootheden zijn; ten minste, streng genomen, indien de verandering van p evenredig aan *den tijd* is. Dit laatste is zeer nabij het geval, en dus zal in onze onderstelling, dagelijks, bij denzelfden uurhoek, ook dezelfde hoogte h — M des waters moeten plaats hebben; dat is: h—M zal in de periode van een etmaal alle mogelijke veranderingen moeten doorloopen. Het is bekend, dat, welke ook de bedoelde functie zijn mag, zij in dit geval, door eene uitdrukking als de bovenstaande kan voorgesteld worden.

Neemt men nu aan, dat, de declinatie dezelfde blijvende, de afstand van de zon tot de aarde, langzaam, betrekkelijk een weinig vermeerdert of vermindert, dan is het duidelijk, dat hierdoor alleen de uitwerking der aantrekking iets verminderen of vermeerderen kan, en overigens geene merkbare verandering zal ondergaan. — Het is bewezen, dat de uitwerking van de aantrekking van eenig hemelligchaam op de watergetijden, zeer nabij in de omgekeerde derde-magts reden van den afstand is; bij gevolg zullen al de getallen a in deze reden staan.

Stelt men verder, dat de declinatie der zon verandert, en wel ook langzaam, met betrekking tot de veranderingen van den uurhoek p, dan mag men vooreerst de grootheden a, niet meer als standvastig beschouwen, maar ten andere zullen ook de bogen b meer of min moeten veranderen. Daar echter de verandering in declinatie betrekkelijk langzaam voortgaat, mag men, volgens eene opmerking van LAPLACE, aannemen, dat het water op elk oogenblik zeer nabij den vorm aanneemt, dien het bij de plaats hebbende declinatie, zoo zij standvastig bleef, zoude hebben. Volgens de theorie is, wanneer D de declinatie der zon voorstelt, de coëfficient

a evenredig aan $3\,Cos.\,2D - 1$.

a_1 » » $Sin.\,2D$.

a_2 » » $Cos.^2\,D$ of $1 + Cos.\,2D$.

In eene geheel vrije en diepe zee zouden de overige coëfficienten a_3, a_4 enz. naauwelijks merkbaar wezen en verwaarloosd kunnen worden. In de werkelijkheid, en vooral op onze kusten, waar de beweging des waters vele

belemmeringen ondervindt, is dit het geval niet. De langere duur van de eb dan van den vloed op de kust van Holland, vooral tusschen Katwijk en Petten, toont aan, dat aldaar de coëfficient a_1 niet onbelangrijk is. — Wat den term a_3 $Sin.(3p + b_3)$ betreft, ofschoon hij eene ongelijkheid in de *halfdaagsche* getijden voorstelt, of anders gezegd, eene wijziging in het getij, dat slechts eens in de 24 uren volbragt wordt, en dat door den term a_1 $Sin.(p + b_1)$ wordt aangewezen, zoo is er toch geene reden om hem weg te laten. Ik meen dus, voor zoover de declinatie betreft, a_3 als afhankelijk van a_1, en a_1 afhankelijk van a_2 te mogen beschouwen; waaromtrent echter de waarnemingen mogen beslissen.

Wat de bogen b betreft, reeds Laplace heeft aangetoond, dat zij niet geheel standvastig zijn, wanneer het getij op zekere plaats voortgebragt wordt door de zamenwerking van twee getijden, die langs verschillende wegen naar die plaats komen, en dat in dit geval b veranderen moet met de snelheid van den loop des hemelligchaams dat den vloed veroorzaakt, in zijne baan; hetgeen dus een niet zeer uitgestrekte veranderlijkheid daarstelt. Overigens mogen de waarnemingen beslissen. In dezelfde onderstelling is ook a_1 eenigermate veranderlijk; ook hierover moeten de uitkomsten der berekeningen licht geven, na dat eerst gemiddelde waarden van a en b bekomen zijn.

Wanneer langzamerhand de vorm der kusten en zeegaten of de diepte der zee veranderingen ondergaan, dan is het duidelijk, dat dit invloed moet hebben op standvastige grootheden, die in de uitdrukking — in de a^s en b^s, — begrepen zijn. De eerste term a alleen maakt hierop eene uitzondering; want de langzame verandering in declinatie, en de nog veel langzamere verandering der kusten enz. laten toe, dat het water, afgezien van de veranderingen waarvan de periode slechts 24 uren is, op elk oogenblik den gemiddelden stand van evenwigt aanneme.

Wat wij van de termen van de werking der zon afhangende gezegd hebben, geldt even zoo van de termen die uit de werking der maan voortkomen.

Eindelijk moet opgemerkt worden, dat, gelijk bekend is, de declinatiën, die in de uitdrukking voor de hoogte des waters voorkomen, die zijn, welke eenigen tijd vroeger dan het tijdstip der waarneming hebben plaats gehad; en even zoo met de uurhoeken; met andere woorden, dat de hoogte $h - M$ eene functie is van de standen van zon en maan, eenigen tijd vroeger dan het tijdstip der waarneming. Ook weet men dat in de havens van Frankrijk en Engeland, het verschil van tijd tusschen eenige waterhoogte en de standen

der hemelligchamen waarvan zij afhangt, ongeveer $1\frac{1}{2}$ of 2 dagen beloopt. Wat de uurhoeken betreft, kan men echter de uurhoeken der waarnemings-tijden invoeren, terwijl het verschil alleen invloed op de bogen b en B kan hebben. Indien de beweging in regte klimming van het betreffende hemellicht *gelijkmatig* is, dan zal het verschil ook standvastig wezen. De *veranderingen* in de snelheid van beweging in regte klimming, worden dan begrepen in de veranderingen der bogen b en B, welke uit de waarnemingen worden afgeleid.

Zoo wij nu voor elken term der uitdrukking (1), die van den vorm $a_n\, Sin.\, (n p + b_n)$ is, twee termen van den vorm $X_n\, Sin.\, np + Y_n\, Cos.\, np$ invoeren, en vooraf stellen:

$$\delta = \frac{\frac{1}{2}\text{ midd. zon}}{\text{Gemidd. }\frac{1}{2}\text{ midd. zon}}$$

$$\Delta = \frac{\frac{1}{2}\text{ midd. maan}}{\text{Gemidd. }\frac{1}{2}\text{ midd. maan}} = \frac{\text{parallaxis maan}}{\text{Gemidd. parallaxis maan}}$$

D = declinatie zon, D′ = declinatie maan, $1\frac{1}{2}$ à 2 dagen vroeger dan het oogenblik der waarneming;

$$\left.\begin{array}{llll}
 & a = (a)\ (3\, Cos.\, 2\, D - 1)\ \delta^3, & & \\
 & A = (A)\ (3\, Cos.\, 2\, D' - 1)\ \Delta^3, & & \\
x_1 & = (a_1)\ Cos.\, b_1\ \delta^3\ Sin.\ 2\, D, & X_1 & = (A_1)\ Cos.\, B_1\ \Delta^3\ Sin.\ 2\, D', \\
y_1 & = (a_1)\ Sin.\, b_1\ \delta^3\ Sin.\ 2\, D, & Y_1 & = (A_1)\ Sin.\, B_1\ \Delta^3\ Sin.\ 2\, D', \\
x_2 & = (a_2)\ Cos.\, b_2\ \delta^3\ Cos.^2\, D, & X_2 & = (A_2)\ Cos.\, B_2\ \Delta^3\ Cos.^2\, D', \\
y_2 & = (a_2)\ Sin.\, b_2\ \delta^3\ Cos.^2\, D, & Y_2 & = (A_2)\ Sin.\, B_2\ \Delta^3\ Cos.^2\, D', \\
x_3 & = (a_3)\ Cos.\, b_3\ \delta^3, & X_3 & = (A_3)\ Cos.\, B_3\ \Delta^3, \\
y_3 & = (a_3)\ Sin.\, b_3\ \delta^3, & Y_3 & = (A_3)\ Sin.\, B_3\ \Delta^3, \\
x_4 & = (a_4)\ Cos.\, b_4\ \delta^3, & X_4 & = (A_4)\ Cos.\, B_4\ \Delta^3, \\
y_4 & = (a_4)\ Sin.\, b_4\ \delta^3, & Y_4 & = (A_4)\ Sin.\, B_4\ \Delta^3, \\
 & \text{enz.} & & \text{enz.}
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

dan verkrijgt (1) de volgende gedaante:

$$h = M + \left\{\begin{array}{l} a + x_1\ Sin.\, p + y_1\ Cos.\, p + x_2\ Sin.\, 2p + y_2\ Cos.\, 2p + x_3\ Sin.\, 3p + \text{enz.} \\ A + X_1\ Sin.\, P + Y_1\ Cos.\, P + X_2\ Sin.\, 2P + Y_2\ Cos.\, 2P + X_3\ Sin.\, 3P + \text{enz.} \end{array}\right\} (3)$$

Hierbij moet nog gevoegd worden, dat indien H de gemiddelde hoogte des barometers gedurende eenige dagen voorstelt, uitgedrukt in *mm*, en (M) de gemiddelde waterhoogte, bevrijd van alle storende invloeden, men zal mogen stellen:

$$\text{Gem. waarde van } M = (M) - C\,(H - 760) + \textit{functie wind} \ldots\ldots \quad (4)$$

De reden waarom wij hier de *gemiddelde* hoogte des barometers genoemd hebben, en niet de hoogte op het oogenblik der waarneming, is, omdat de hoogte des waters niet alleen gewijzigd wordt door den druk der lucht op de plaats der waarneming, maar ook door de gelijktijdige drukkingen op meer en minder verwijderde plaatsen, en ook omdat de veranderingen in de luchtdrukking ligtelijk spoediger kunnen voortgaan dan de overeenstemmende veranderingen in de waterstanden. Hetzelfde geldt ook met betrekking tot den belangrijken invloed van den wind op de hoogte des waters.

Hetgeen waar het nu op aankomt is, om uit eene reeks waargenomene waterhoogten h de waarde der grootheden (M), (a), (b), (A) enz. te vinden, zoo mogelijk afzonderlijk voor de zon en de maan, en tevens om, voor onze havens, het tijdsverschil nader te bepalen, hoe veel vroeger de declinatiën genomen moeten worden; voorts het bepalen der gemiddelde waarde $(\mathrm{M}) + (a) + (\mathrm{A})$ voor een gegeven tijdvak.

Er wordt ondersteld eene lange reeks van opteekeningen van waterhoogten, van uur tot uur, onafgebroken, dag en nacht voortgaande.

Men kan om tot de oplossing te geraken, o. a., op eene van de beide volgende wijzen te werk gaan, welke wij ieder afzonderlijk zullen overwegen; te weten: 1°. Over eenig tijdvak zamenvoegen alle de hoogten h, die op *achtervolgende* dagen, telkens op *hetzelfde uur* van den dag, waargenomen zijn, en door deeling, de gemiddelde hoogten des waters, voor elk der 24 uren, afzonderlijk bepalen; op deze wijze verdwijnen uit de gemiddelden, tot zekere mate de termen die van de maan afhangen; — of men kan 2°. zamenvoegen de waterhoogten h, die op achtervolgende dagen, bij *denzelfden uurhoek* P der maan, plaats gehad hebben; bij deze wijze van zamenvoegen, verdwijnen uit de gemiddelden, in meerdere of mindere mate, de termen die van de zon afhangen. De waterhoogten bij dezelfde uurhoeken der maan, zijn, volgens onderstelling, wel niet opgeteekend, maar wij zullen een eenvoudig middel aanwijzen, om ze met gemak uit de gedane uurwaarnemingen te kunnen afleiden.

Overwegen wij de eerste wijze van het zoeken der gemiddelden. In dit geval heeft men:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma h = \Sigma \mathrm{M} + \Sigma a + \Sigma \mathrm{A} + Sin.\,p\,\Sigma x_1 + Cos.\,p\,\Sigma y_1 + Sin.\,2p\,\Sigma x_2 + Cos.\,2p\,\Sigma y_2 + \text{enz.}\\ + \Sigma \mathrm{X}_1\,Sin.\mathrm{P} + \Sigma \mathrm{Y}_1\,Cos.\mathrm{P} + \Sigma \mathrm{X}_2\,Sin.2\,\mathrm{P} + \Sigma \mathrm{Y}_2\,Cos.2\mathrm{P} + \text{enz.}\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Aldus bekomt men voor *elk bepaald uur* éénе som, en gemiddelde hoogte, en dus 24 gemiddelde hoogten voor het gekozene tijdvak.

Ten einde de eliminatie van de termen die van de maan afhangen, zoo volkomen mogelijk te maken, en tevens om de gemiddelden in verband met de jaargetijden te brengen, zullen wij het tijdvak kiezen ter lengte van *ééne maand* en wel steeds van 30 of 31 dagen.

NB. Daar de maand Februarij 28 of 29 dagen heeft, maar de *drie* maanden *Januarij, Februarij* en *Maart* te zamen 90 of 91 dagen tellen, zoo kan men den 31sten Januarij en den 1sten Maart, of, in een schrikkeljaar, alleen den 31sten Januarij, bij de maand Februarij rekenen, en aldus een korter tijdvak dan van 30 dagen vermijden.

Daar wij de meerdere of mindere veranderlijkheid der bogen b en B uit de waarnemingen willen afleiden, zullen wij beginnen met de onderstelling, dat deze bogen *standvastig* zijn, en op deze wijze de rekening doorvoeren, ten einde te onderzoeken in hoeverre hiermede aan de waarnemingen voldaan kan worden. In elk geval is de onderstelling van de standvastigheid der bogen b in de uitdrukking (5), voor een tijdvak van ééne maand, veroorloofd, omdat de declinatie der zon, doorgaande in dat tijdsverloop niet veel verandert, en wat de bogen B betreft, omdat de termen van de maan afhangende, in eene maand voor een aanmerkelijk bedrag moeten verdwijnen.

Stellen wij alzoo:

$$\left.\begin{array}{ll} (a_1)\ Cos.\ b_1 = (x_1) & (A_1)\ Cos.\ B_1 = (X_1) \\ (a_1)\ Sin.\ b_1 = (y_1) & (A_1)\ Sin.\ B_1 = (Y_1) \\ (a_2)\ Cos.\ b_2 = (x_2) & (A_2)\ Cos.\ B_2 = (X_2) \\ (a_2)\ Sin.\ b_2 = (y_2) & (A_2)\ Sin.\ B_2 = (Y_2) \\ \text{enz.} & \text{enz.} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

dan verandert (5) in:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\, h = \Sigma M + (a)\ \Sigma\ (3\, Cos.\, 2\, D - 1)\, \delta^3 + (A)\ \Sigma\ (3\, Cos.\, 2\, D' - 1)\, \Delta^3 \\ + (x_1)\ Sin.\, p\, \Sigma\, \delta^3\, Sin.\, 2\, D + (y_1)\ Cos.\, p\, \Sigma\, \delta^3\, Sin.\, 2\, D \\ + (x_2) Sin.\, 2\, p\, \Sigma\, \delta^3\, Cos.^2\, D + (y_2)\ Cos.\, 2\, p\, \Sigma\, \delta^3\, Cos.^2\, D \\ + (x_3)\ Sin.\, 3\, p\, \Sigma\, \delta^3 + (y_3)\ Cos.\, 3\, p\, \Sigma\, \delta^3 + (x_4)\ Sin.\, 4\, p\, \Sigma\, \delta^3 + (y_4)\ Cos.\, 4\, p\, \Sigma\, \delta^3 \\ + (X_1)\ \Sigma\ Sin.\, P\, .\, \Delta^3\, Sin.\, 2\, D' + (Y_1)\ \Sigma\ Cos.\, P\, \Delta^3\, Sin.\, 2\, D' \\ + (X_2)\ \Sigma\ Sin.\, 2\, P\, .\, \Delta^3\, Cos.^2\, D' + (Y_2)\ \Sigma\ Cos.\, 2\, P\, .\, \Delta^3\, Cos.^2\, D' \\ + (X_3)\ \Sigma\ Sin.\, 3\, P\, .\, \Delta^3 \qquad + (Y_3)\ \Sigma\ Cos.\, 3\, P\, .\, \Delta^3 \\ + (X_4)\ \Sigma\ Sin.\, 4\, P\, .\, \Delta^3 \qquad + (Y^4)\ \Sigma\ Cos.\, 4\, P\, .\, \Delta^3 \end{array}\right\} \quad (7)$$

Beschouwen wij elk der termen dezer uitdrukking afzonderlijk:

Vooreerst wat de waarde van δ^3 betreft; aangezien de *grootste* verandering

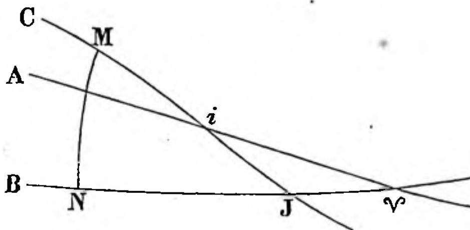
van dit getal, gedurende ééne maand, minder dan $\frac{3}{100}$ bedraagt, zoo is het voldoende om voor δ^3 de *gemiddelde* waarde gedurende het tijdvak te kiezen, en deze gemiddelde waarde buiten het sommatie-teeken Σ te schrijven. *

Met betrekking tot *Sin.* 2D, *Cos.* 2D en *Cos.* ^{2}D $= \frac{1 + Cos.\, 2\,D}{2}$, kan men ook, in de meeste gevallen de gemiddelde declinatie van de maand nemen, maar het is eene geringe moeite om de gemiddelde waarde dezer grootheden zelve te berekenen, waarbij het zeker voldoet om *Sin.* 2 D en *Cos.* 2 D, b. v. van 5 tot 5 dagen op te zoeken, en dan het gemiddelde te nemen. Indien alzoo $\underline{Sin.\, 2\,D}$, $\underline{Cos.\, 2\,D}$ en $\underline{Cos.^2\,D}$ de aldus gevondene gemiddelde waarde gedurende het tijdvak, voorstellen, dan worden de termen, die van de zon afhangen, na deeling door 30 of 31, van den volgenden meer eenvoudigen vorm:

$$
\begin{aligned}
&(a)\ (3\, \underline{Cos.\, 2\,D} - 1)\, \underline{\delta^3} \\
&+ (x_1)\, \underline{\delta^3}\, \underline{Sin.\, 2\,D}\ \ Sin.\, p + (y_1)\, \underline{\delta^3}\, \underline{Sin.\, 2\,D}\ \ Cos.\, p \\
&+ (x_2)\, \underline{\delta^3}\, \underline{Cos.^2\,D}\ \ Sin.\, 2p + (y_2)\, \underline{\delta^3}\, \underline{Cos.^2\,D}\ \ Cos.\, 2p \\
&+ (x_3)\, \underline{\delta^3}\ \ .\ \ .\ \ Sin.\, 3p + (y_3)\, \underline{\delta^3}\ \ .\ \ .\ \ Cos.\, 3p \\
&+ (x_4)\, \underline{\delta^3}\ \ .\ \ .\ \ Sin.\, 4p + (y^4)\, \underline{\delta^3}\ \ .\ \ .\ \ Cos.\, 4p
\end{aligned}
$$

Om het beloop der termen, die van de maan afhangen, in de uitdrukking (7) te bepalen, zullen wij aannemen, dat de maan met eene gelijkmatige, gemiddelde snelheid van het westen naar het oosten voortgaat, zoo dat P, voor hetzelfde uur van den dag, dagelijks evenveel afneemt.

De Synodische omloopstijd der maan 29,5305 dagen bedragende, vermindert elke uurhoek P, van den eenen op den volgenden dag, met 12°,1908. Om nu de vijf eerste termen, die betrekking tot de maan hebben, in de uitdrukking (7) te kunnen herleiden, zullen wij eerst *Sin.* 2 D′ en *Cos.* ^{2} D′ nader moeten ontwikkelen. Laat daartoe ♈A de ecliptica, ♈B de equator en J *i* C de maansweg voorstellen, waarvan de klimmende knoop zich in *i* bevindt.



Zij de lengte van $i = ♈ i = \alpha$
De helling van den maansweg $= i$
De hoek tusschen den maansweg en den equator . . . $=$ I

* Zie eene hierbij gevoegde Tafel van δ^3 van 10 tot 10 graden lengte der zon, gedurende een jaar.

De regte klimming van het doorsnijdings-punt $\Upsilon J = \gamma$,
de helling van den equator op de ecliptica $= \omega$.

Dan heeft men:

$$\left.\begin{aligned} Cos.\, I &= Cos.\, i\ Cos.\, \omega - Sin.\, i\ Sin.\, \omega\ Cos.\, \alpha \\ Cos.\, \gamma &= \frac{Cot.\, i\ Sin.\, \omega + Cos.\, \omega\ Cos.\, \alpha}{Sin.\, \alpha} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Zij verder de regte klimming der maan $= \Upsilon N = ☾$
en de declinatie, als hierboven. . . . $MN = D'$

dan is:

$$Tang\ D' = Tang\, I\, .\, Sin.\ (☾ - \gamma)\ ;$$

waaruit bij ontwikkeling van

$$Sin.\ 2\,D' = \frac{2\ Tang\ D'}{1 + Tang^2\, D'}\ ,\ \text{en}\ Cos.\ 2\,D' = \frac{1 - Tang^2\, D'}{1 + Tang^2\, D'}\ .$$

tot de 6de magt van *Tang* I, gevonden wordt:

$$\left.\begin{aligned} Sin.\ 2\,D' = {} & 2\ Tang\, I\ (1 - \tfrac{3}{4}\, Tang^2\, I + \tfrac{5}{8}\, Tang^4\, I)\ Sin.\ (☾ - \gamma) \\ & + \tfrac{1}{8}\ Tang^3\, I\ (4 - 5\ Tang\, I)\ Sin.\ 3\ (☾ - \gamma) \\ & + \tfrac{1}{16}\ Tang^5\, I\ Sin.\ 5\ (☾ - \gamma) \\ Cos.\ 2\,D' = {} & 1 - Tang^2\, I + \tfrac{3}{4}\, Tang^4\, I - \tfrac{5}{8}\ Tang^6\, I \\ & + Tang^2\, I\ (1 - Tang^2\, I + \tfrac{15}{16}\ Tang^4\, I)\ Cos.\ 2\ (☾ - \gamma) \\ & + \tfrac{1}{4}\ Tang^4\, I\ (1 - \tfrac{3}{2}\, Tang^2\, I)\ Cos.\ 4\ (☾ - \gamma) \\ & + \tfrac{1}{16}\ Tang^6\, I\ Cos.\ 6\ (☾ - \gamma) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (9)$$

of, bij verkorting:

$$Sin.\, 2\,D' = E\, Sin.(☾ - \gamma) + E_1\, Sin.\, 3\, (☾ - \gamma) + E_2\, Sin.\, 5\, (☾ - \gamma) + \text{enz.}$$

$$Cos.\, 2\,D' = 1 - 2\,G + 2\,G_1\ Cos. 2\, (☾ - \gamma) + 2\,G_2\, Cos.\, 4\, (☾ - \gamma) + 2G_3\, Cos.\, 6\, (☾ - \gamma) + \text{enz.}$$

Daar de lengte α van den maansknoop in ééne maand ongeveer slechts 1°,6 vermindert, zoo zijn de coëfficienten E en G ook bijna standvastig gedurende dezelfde tijdruimte, even zoo wel als γ; en is het geheel voldoende voor I en γ eene gemiddelde waarde voor het tijdvak der berekening te gebruiken.

Wij bekomen alzoo:

$$\Sigma\ (3\, Cos. 2\, D' - 1)\, \Delta^3 = (2 - 6\,G)\, \Sigma\, \Delta^3 + 6\,G_1\ \Sigma\, \Delta^3\, Cos.\, 2\, (☾ - \gamma) + \text{enz.}$$

Daar de sommatie geschiedt over weinig meer dan eene geheele maans-omwenteling, zoo is blijkbaar zeer nabij $\Sigma\,\Delta^3 = 30$ of 31; terwijl in den tweeden term $\Delta^3 = 1$ kan genomen worden.

De gemiddelde dagelijksche vermeerdering van de regte klimming der maan is . . . . $13°,1764$

De gemiddelde verandering van γ is gelijk aan den gemiddelden teruggang der maansknoopen, dus, per etmaal . . . . $-\,0°,0529$

Alzoo: gemiddelde dagelijksche verandering van . . $(\text{☾} - \gamma) = 13°,2295.$

Laat nu $\underline{(\text{☾} - \gamma)}$ de waarde van dezen hoek zijn, voor het *midden* des tijdvaks van berekening, dan bekomt men:

voor 30 dagen. . $\Sigma\, Cos.\,2\,(\text{☾} - \gamma) = \dfrac{Sin.\,36°,88}{Sin.\,13°,23}\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)} = 2{,}622\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)}$

en

voor 31 dagen. . $\Sigma\, Cos.\,2\,(\text{☾} - \gamma) = \dfrac{Sin.\,50°,11}{Sin.\,13°,23}\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)} = 3{,}352\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)}$

De gemiddelde waarden, met 3 vermenigvuldigd, worden dus:

$$0{,}262\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)} \quad \text{en} \quad 0{,}324\; Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)}$$

waarvan men, uithoofde dat $2\,G_1$ een kleine factor is, het midden kiezen kan, geldende dan zoo wel voor 30 als voor 31 dagen, of men kan schrijven $0{,}293 \mp 0{,}031$ voor 30 of 31 dagen.

Wij vinden alzoo:

$$\tfrac{1}{30} \text{ of } \tfrac{1}{31}\; \Sigma\,(3\, Cos.\, 2\, D' - 1)\,\Delta^3 = 2 - 6\,G + (0{,}293 \mp 0{,}031) \times 2\,G_1\, Cos.\,\underline{2\,(\text{☾} - \gamma)}$$

$$= 2 - 3\, Tang^2\, I + \tfrac{9}{4}\, Tang^4\, I$$

$$+ (0{,}293 \mp 0{,}031)\, Tang^2\, I\; Cos.\,\underline{2(\text{☾} - \gamma)}.$$

De twee volgende termen die van de maan afhangen in (7), zijn:

$$(X_1)\; \Sigma\,\Delta^3\; Sin.\,P\; Sin.\,2\,D' + (Y_1)\; \Sigma\,\Delta^3\; Cos.\,P\; Sin.\,2\,D'$$

Deze worden:

$$(X_1)\; \Sigma\,\Delta^3\; (E\, Sin.\,(\text{☾} - \gamma)\, Sin.\,P + E_1\, Sin.\,3\,(\text{☾} - \gamma)\, Sin.\,P)$$

$$+ (Y_1)\; \Sigma\,\Delta^3\; (E\, Sin.\,(\text{☾} - \gamma)\, Cos.\,P + E_1\, Sin.\,3\,(\text{☾} - \gamma)\, Sin.\,P)$$

$$= \tfrac{1}{2}(X_1)\Sigma\Delta^3 \Big\{ E\big(Cos.(\text{☾} - P - \gamma) - Cos.(\text{☾} + P - \gamma)\big) + E_1\big(Cos.(3\text{☾} - P - 3\gamma) - Cos.(3\text{☾} + P - 3\gamma)\big) \Big\}$$

$$+ \tfrac{1}{2}(Y_1)\Sigma\Delta^3 \Big\{ E\big(Sin.(\text{☾} - P - \gamma) + Sin.(\text{☾} + P - \gamma)\big) + E_1\big(Sin.(3\text{☾} - P - 3\gamma) + Sin.(3\text{☾} + P - 3\gamma)\big) \Big\}$$

Maar indien $\odot$ de regte klimming der zon voorstelt, dan heeft men:

$$\odot + p = ☾ + \mathrm{P}$$

waaruit

$$\mathrm{P} = \odot + p - ☾$$

Brengende deze waarde in de bovenstaande uitdrukking, komt:

$$-\tfrac{1}{2}(\mathrm{X}_1)\,\Sigma\,\Delta^3\Big\{\mathrm{E}\big(Cos.(\odot+p-\gamma)-Cos.(2☾-\odot-p-\gamma)\big)+\mathrm{E}_1\big(Cos.(2☾+\odot+p-3\gamma)-Cos.(4☾-\odot-p-3\gamma)\big)\Big\}$$
$$+\tfrac{1}{2}(\mathrm{Y}_1)\,\Sigma\,\Delta^3\Big\{\mathrm{E}\big(Sin.(\odot+p-\gamma)+Sin.(2☾-\odot-p-\gamma)\big)+\mathrm{E}_1\big(Sin.(2☾+\odot+p-3\gamma)-Sin.(4☾-\odot-p-3\gamma)\big)\Big\}$$

De beide termen dezer uitdrukking waarin ☾ of de regte klimming der maan *niet* voorkomt, zijn blijkbaar de voornaamste, omdat, terwijl p standvastig blijft, de boog $\odot + p - \gamma$ slechts weinig verandert. De beide volgende termen die van $(2\,☾ - \odot + p - \gamma)$ afhangen, kunnen slechts weinig bijdragen. De overige termen zullen wij geheel verwaarloozen, zoowel omdat de boog $(2\,☾ + \odot + p - 3\gamma)$ ruim twee omtrekken doorloopt, als omdat E_1 van de *derde orde* is. Hetzelfde geldt van de beide laatste termen. Ook blijkt, om nagenoeg dezelfde reden als vroeger, dat wij $\Delta^3 = 1$ mogen nemen.

Aldus bekomen wij de eenvoudiger uitdrukking:

$$-\ \tfrac{1}{2}\ \mathrm{E}\ (\mathrm{X}_1)\ \Sigma\ \big(Cos.\ (\odot + p - \gamma)\ -\ Cos.\ (2\,☾ - \odot - p - \gamma)\big)$$
$$+\ \tfrac{1}{2}\ \mathrm{E}\ (\mathrm{Y}_1)\ \Sigma\ \big(Sin.\ (\odot + p - \gamma)\ +\ Sin.\ (2\,☾ - \odot - p - \gamma)\big)$$

De gemiddelde verandering van $\odot$ per etmaal is					0°,9857
»	γ	»	»	»	— 0°,0529
van $\odot - \gamma$		. . .		.	1°,0386

Laat weder $\underline{\odot + p - \gamma}$ de waarde van dezen boog voor het *midden* des tijdvaks zijn, dan hebben wij: gemiddeld

in 30 dagen. . . $\frac{1}{30}\ \Sigma\ {Sin. \atop Cos.}(\odot + p - \gamma) = {Sin. \atop Cos.}\,\underline{(\odot + p - \gamma)} \times \dfrac{Sin.\ 15{,}579}{30 \times Sin.\ 0°{,}5193}$

en

in 31 dagen. . . $\frac{1}{31}\ \Sigma\ {Sin. \atop Cos.}(\odot + p - \gamma) = {Sin. \atop Cos.}\,\underline{(\odot + p - \gamma)} \times \dfrac{Sin.\ 16{,}°098}{31 \times Sin.\ 0°{,}5193}$

De coëfficienten worden 0,9877 en 0,9869, waarvoor gemiddeld 0,9873 genomen kan worden $= \frac{79}{80}$ zeer nabij.

De gemiddelde verandering van $2\,☾ - \odot$ per etmaal is	$25°,5675$
» γ » » »	$-\ 0°,0529$
dus van $(2\,☾ - \odot - p - \gamma)$	$25°,4202$

Alzoo komt: gemiddeld

in 30 dagen . $\frac{1}{30}\ \Sigma\ \frac{Sin.}{Cos.}\ (2\,☾ - \odot - p - \gamma) = \frac{Sin.}{Cos.}\ \underline{(2\,☾ - \odot - p - \gamma)} \times \frac{Sin.\ 21°,30}{30 \times Sin.\ 12°,71}$

en

in 31 dagen . $\frac{1}{31}\ \Sigma\ \frac{Sin.}{Cos.}\ (2\,☾ - \odot - p - \gamma) = \frac{Sin.}{Cos.}\ \underline{(2\,☾ - \odot - p - \gamma)} \times \frac{Sin.\ 34°,01}{31 \times Sin.\ 12°,71}$

De coëfficienten zijn 0,055 en 0,082, waarvoor men gemiddeld ook weder $\frac{1}{15}$ kan nemen.

Wij vinden dus, voor de gemiddelde som:

$$- \tfrac{1}{2}\ E\ (X_1) \left\{ \tfrac{79}{80}\ Cos.\ \underline{(\odot + p - \gamma)} - \tfrac{1}{15}\ Cos.\ \underline{(2\,☾ - \odot - p - \gamma)} \right\}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\ E\ (Y_1) \left\{ \tfrac{79}{80}\ Sin.\ \underline{(\odot + p - \gamma)} + \tfrac{1}{15}\ Sin.\ \underline{(2\,☾ - \odot - p - \gamma)} \right\}$$

Dat is:

$$\tfrac{1}{2}\ E \left\{ (X_1) \left(\tfrac{79}{80}\ Sin.\ \underline{(\odot - \gamma)} + \tfrac{1}{15}\ Sin.\ \underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)} \right) + (Y_1) \left(\tfrac{79}{80}\ Cos.\ \underline{(\odot - \gamma)} - \tfrac{1}{15}\ Cos.\ \underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)} \right) \right\} Sin.\ p$$

$$- \tfrac{1}{2}\ E \left\{ (X_1) \left(\tfrac{79}{80}\ Cos.\ \underline{(\odot - \gamma)} - \tfrac{1}{15}\ Cos.\ \underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)} \right) - (Y_1) \left(\tfrac{79}{80}\ Sin.\ \underline{(\odot - \gamma)} + \tfrac{1}{15}\ Sin.\ \underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)} \right) \right\} Cos.\ p$$

zijnde

$$\tfrac{1}{2}\ E = Tang\ I\ (1 - \tfrac{3}{4}\ Tang^2\ I).$$

Voor het herleiden der termen

$$(X_2)\ \Sigma\ Sin.\ 2\,P\,\Delta^3\ Cos.^2\ D' + (Y_2)\ \Sigma\ Cos.\ 2\,P\,\Delta^3\ Cos.^2\ D'$$

heeft men:

$$Cos.^2\ D = \frac{1 + Cos.\ 2\,D}{2}$$
$$= 1 - G + G_1\ Cos.\ 2\ (☾ - \gamma) + \text{enz.}$$

waardoor zij overgaan in:

$$(1-G)\ \{(X_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Sin.\,2\,P + (Y_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Cos.\,2\,P\}$$

$$+ G_1\ \{(X_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Sin.\,2\,P\ Cos.\,2\,(☾-\gamma) + (Y_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Cos.\,2\,P\ Cos.\,2\,(☾-\gamma)\} + \text{enz.}$$

Wij hebben tot nu toe $\Delta^3 = 1$ kunnen stellen. Met behoud van denzelfden graad van benadering, kan dit in de beide eerste termen dezer laatste uitdrukking niet volkomen meer geschieden, zoowel wegens den *niet kleinen* factor $(1-G)$ als omdat X_2 en Y_2 de grootste der verschillende getallen X en Y zijn. De fout, die men begaat door Δ^3 standvastig $= 1$ te nemen, kan op de *gemiddelde* som der termen, die met $1-G$ vermenigvuldigd zijn, ongeveer $\pm$ 0,005 van het gemiddeld bedrag beloopen. *

Nu is weder:

$$P = ☉ - ☾ + p$$

dus

$$(X_2)\ Sin.\,2\,P + (Y_2)\ Cos.\,2\,P = -(X_2)\ Sin.\,2\,(☾-☉-p) + (Y_2)\,Cos.\,2\,(☾-☉-p)$$

$$= \{(X_2)\ Cos.\,2\,(☾-☉) + (Y_2)\ Sin.\,2\,(☾-☉)\}\ Sin.\,2\,p$$

$$- \{(X_2)\ Sin.\,2\,(☾-☉) - (Y_2)\ Cos.\,2\,(☾-☉)\}\ Cos.\,2\,p$$

Zij nu $\Delta^3 = 1 + z$, dan hebben wij te bepalen:

$$\Sigma\ (1+z)\ Cos.\,2\,(☾-☉) = \Sigma\ Cos.\,2\,(☾-☉) + \Sigma\,z\ Cos.\,2\,(☾-☉)$$

en

$$\Sigma\ (1+z)\ Sin.\,2\,(☾-☉) = \Sigma\ Sin.\,2\,(☾-☉) + \Sigma\,z\ Sin.\,2\,(☾-☉)$$

De gemiddelde verandering van $2\,(☾-☉)$ per etmaal is $24°,3816$; hieruit vindt men:

gemiddeld in 30 dagen $\frac{1}{30}\ \Sigma\ \begin{matrix}Sin.\\Cos.\end{matrix}\ 2\,(☾-☉) = \begin{matrix}Sin.\\Cos.\end{matrix}\ \underline{2\,(☾-☉)} \times \dfrac{Sin.\ 5°,72}{30 \times Sin.\ 12°,19}$

" in 31 dagen $\frac{1}{31}\ \Sigma\ \begin{matrix}Sin.\\Cos.\end{matrix}\ 2\,(☾-☉) = \begin{matrix}Sin.\\Cos.\end{matrix}\ \underline{2\,(☾-☉)} \times \dfrac{Sin.\ 17°,91}{31 \times Sin.\ 12°,19}$

De coëfficienten zijn:

voor 30 dagen . . 0,016, voor 31 . . 0,047, dat is . . $(0{,}031 \mp 0{,}016)$

Wanneer men z wil in aanmerking nemen, dan zoude z kunnen uitgedrukt

---

* Hier achter is eene Tafel gevoegd van de waarde van Δ^3 voor de verschillende waarden der parallaxis, de gemiddelde $= 57'$ genomen zijnde.

worden in functie van de middelbare anomalie der maan; waarna de sommatie der termen weder op dezelfde wijze zoude kunnen plaats hebben. Hierdoor verkrijgt men echter het ongemak, dat weder een nieuwe hoek, te weten de lengte van het perigeum ingevoerd wordt. Het schijnt dus gemakkelijker in dit geval, om de som der termen $\Delta^3 \times \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot)$ regtstreeks te vinden, waarbij het voldoende zijn zal, om $\Sigma\, Sin.\, 2(\text{☾}-\odot)$ en $\Sigma\, Cos.\, 2(\text{☾}-\odot)$ voor 7 of 8 achtereenvolgende dagen, regtstreeks door optelling te vinden, en de sommen te vermenigvuldigen met de gemiddelde waarde van Δ^3, gedurende de 7 of 8 dagen, waarna men vier gedeeltelijke sommen zamenvoegt, en het beloop door 30 of 31 deelt, aldus:

$$\Sigma_1^{30} \Delta^3 \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot) = \underline{\Delta}^3 \Sigma_1^{7} \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot) + \underline{\underline{\Delta}}^3 \Sigma_8^{15} \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot) + \underline{\underline{\underline{\Delta}}}^3 \Sigma_{16}^{22} \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot) + \underline{\underline{\underline{\underline{\Delta}}}}^3 \Sigma_{23}^{30} \frac{Sin.}{Cos.} 2(\text{☾}-\odot)$$

waarbij $\underline{\Delta}^3$, $\underline{\underline{\Delta}}^3$, $\underline{\underline{\underline{\Delta}}}^3$, $\underline{\underline{\underline{\underline{\Delta}}}}^3$ de gemiddelde waarde dezer grootheid, in ieder gedeeltelijk tijdvak aanwijzen. Wij zullen, eenvoudigheidshalve, voor de ontwikkeling der termen van (7), $z = o$ onderstellen. Alzoo hebben wij:

$$(1-G)\ \{(X_2)\ \Sigma \Delta^3\, Sin.\, 2\, P + (Y_2)\ \Sigma \Delta^3\, Cos.\, 2\, P)\}$$

$$= (1-G) \times (0{,}031 \mp 0{,}016)\ \{(X_2)\ Cos.\, \underline{2(\text{☾}-\odot)} + (Y_2)\ Sin.\, \underline{2(\text{☾}-\odot)}\}\ Sin.\, 2p$$

$$- (1-G) \times (0{,}031 \mp 0{,}016)\ \{(X_2)\ Sin.\, \underline{2(\text{☾}-\odot)} - (Y_2)\ Cos.\, \underline{2(\text{☾}-\odot)}\}\ Cos.\, 2p$$

zijnde

$$G = \tfrac{1}{2}\ Tang^2\, I\ (1 - \tfrac{3}{4}\ Tang^2\, I).$$

Voor het herleiden der beide volgende termen hebben wij:

$$Sin.\, 2\, P\ Cos.\, 2(\text{☾}-\gamma) = \tfrac{1}{2}\ Sin.\, 2(\text{☾}+P-\gamma) - \tfrac{1}{2}\ Sin.\, 2(\text{☾}-P-\gamma)$$
$$= \tfrac{1}{2}\ Sin.\, 2(\odot+p-\gamma) - \tfrac{1}{2}\ Sin.\, 2(2\text{☾}-\odot-p-\gamma)$$

$$Cos.\, 2\, P\ Cos.\, 2(\text{☾}-\gamma) = \tfrac{1}{2}\ Cos.\, 2(\text{☾}+P-\gamma) + \tfrac{1}{2}\ Cos.\, 2(\text{☾}-P-\gamma)$$
$$= \tfrac{1}{2}\ Cos.\, 2(\odot+p-\gamma) + \tfrac{1}{2}\ Cos.\, 2(2\text{☾}-\odot-p-\gamma)$$

De boog $2(\odot+p-\gamma)$ verandert betrekkelijk weinig: de andere $2(2\text{☾}-\odot-p-\gamma)$ daarentegen ruim 50° per dag. De *Sinus* en *Cosinus* van dezen laatsten boog verwisselen dus meermalen van teeken, zoodat de som der *Sinussen* of *Cosinussen* nimmer van eenig bedrag kan worden. Hierom, en om de vermenigvuldiging met G_1, kunnen wij den boog $4\text{☾}-2\odot-2p-2\gamma$ van de sommatie uitsluiten.

Δ^3 kunnen wij weder = 1 stellen; alzoo komt:

$$\Sigma\ \Delta^3\ Sin.\ 2\,P\ Cos.\ 2\,(☾ - \gamma) = \tfrac{1}{2}\ \Sigma\ Sin.\ 2\,(\odot - \gamma + p)$$
$$\Sigma\ \Delta^3\ Cos.\ 2\,P\ Cos.\ 2\,(☾ - \gamma) = \tfrac{1}{2}\ \Sigma\ Cos.\ 2\,(\odot - \gamma + p)$$

De gemiddelde verandering van $\odot$ in 24^u is . = 0,9857
» » » » γ = — 0,0529
1,0386

dus is:

voor 30 dagen . . $\frac{1}{30}\ \Sigma\ \frac{Sin.}{Cos.}\ 2\,(\odot - \gamma + p) = \frac{Sin.}{Cos.}\ 2\,(\odot - \gamma + p) \times \frac{Sin.\ 31°{,}158}{60 \times Sin.\ 1°{,}039}$

en

voor 31 dagen . . $\frac{1}{31}\ \Sigma\ \frac{Sin.}{Cos.}\ 2\,(\odot - \gamma + p) = \frac{Sin.}{Cos.}\ 2\,(\odot - \gamma + p) \times \frac{Sin.\ 32°{,}197}{62 \times Sin.\ 1°{,}039}$

De coëfficienten zijn 0,4757 en 0,4740,
of voor beide gevallen, gemiddeld 0,475

Alzoo verkrijgen wij:

$$G_1\ \{(X_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Sin.\ 2\,P\ Cos.\ 2\,(☾ - \gamma) + (Y_2)\ \Sigma\ \Delta^3\ Cos.\ 2\,P\ Cos.\ 2\,(☾ - \gamma)\}$$
$$= 0{,}475\ G_1\ \{(X_2)\ Cos.\ 2\,(\odot - \gamma) - (Y_2)\ Sin.\ 2\,(\odot - \gamma)\}\ Sin.\ 2\,p$$
$$+\ 0{,}475\ G_1\ \{(X_2)\ Sin.\ 2\,(\odot - \gamma) + (Y_2)\ Cos.\ 2\,(\odot - \gamma)\}\ Cos.\ 2\,p,$$

waarbij:

$$G_1 = \tfrac{1}{2}\ Tang^2\,I\ (1 - Tang^2\,I).$$

Komen eindelijk de vier laatste termen van (7), welke van 3 P en 4 P afhangen. Nemende hier nogmaals $\Delta^3 = 1$, zoo omdat (X_3) en (Y_3), (X_4) en (Y_4) kleine grootheden zijn, als om de veelvuldige afwisseling van teeken, die er in de *Sinussen* en *Cosinussen* der bogen, in den loop eener maand plaats hebben, komt:

$$\Sigma\ Sin.\ 3\,P = \Sigma\ Sin.\ 3\,(\odot - ☾ + p) = -\ \Sigma\ Sin.\ 3\,(☾ - \odot - p)$$
$$\Sigma\ Cos.\ 3\,P = \Sigma\ Cos.\ 3\,(\odot - ☾ + p) = +\ \Sigma\ Cos.\ 3\,(☾ - \odot - p)$$

De gemiddelde verandering van $3\,(☾ - \odot)$ per dag is + 36°,5724. Hierdoor worden de coëfficienten gevonden, waardoor de *Sinus* en *Cosinus* des gemiddelden boogs moeten vermenigvuldigd worden:

voor 30 dagen . . $\frac{-\ Sin.\ 8°{,}59}{30\ Sin.\ 18°{,}29} = -\ 0{,}016,$

voor 31 dagen . . $\frac{-\ Sin.\ 26°{,}88}{31\ Sin.\ 18°{,}29} = -\ 0{,}046.$

Voorts:

$$\Sigma\ Sin.\ 4\,P = \Sigma\ Sin.\ 4\,(\odot - ☾ + p) = -\ \Sigma\ Sin.\ 4\,(☾ - \odot - p)$$

$$\Sigma\ Cos.\ 4\,P = \Sigma\ Cos.\ 4\,(\odot - ☾ + p) = +\ \Sigma\ Cos.\ 4\,(☾ - \odot - p)$$

De gemiddelde verandering van $4\,(☾ - \odot)$ is $+\ 48°,7632$. Hierdoor vindt men de coëfficienten:

$$\text{voor 30 dagen} \ldots \frac{+\ Sin.\ 11°,45}{30 \times Sin.\ 24°,38} = +\ 0{,}016$$

$$\text{voor 31 dagen} \ldots \frac{+\ Sin.\ 35°,83}{31 \times Sin.\ 24°,38} = +\ 0{,}046.$$

Alzoo wordt:

$$(X_3)\,\Sigma Sin.\,3\,P\,.\,\Delta^3 + (Y_3)\,\Sigma Cos.\,3\,P\,.\,\Delta^3 + (X_4)\,\Sigma Sin.\,4\,P\,.\,\Delta^3 + (Y_4)\,\Sigma Cos.\,4\,P\,.\,\Delta^3$$

$$= (0{,}031 \mp 0{,}015) \left\{ \begin{array}{l} (X_3)\ Sin.\,3\,\underline{(☾ - \odot - p)} - (Y_3)\ Cos.\,3\,\underline{(☾ - \odot - p)} \\ -\ (X_4)\ Sin.\,4\,\underline{(☾ - \odot - p)} + (Y_4)\ Cos.\,4\,\underline{(☾ - \odot - p)} \end{array} \right\}$$

Deze termen kunnen geheel verwaarloosd worden, uithoofde van de geringe waarde der getallen coëfficienten, als omdat de X_3, Y_3 en X_4, Y_4 kleine grootheden zijn.

Verzamelende nu de gevonden sommen, zoo komt voor de gemiddelde som der waterhoogten op hetzelfde uur van den dag, gedurende 30 of 31 achtereenvolgende dagen, stellende

voor de zon:

$$k = \underline{\delta^3}\ (3\ \underline{Cos.\ 2\ D} - 1),$$

$$k_1 = \underline{\delta^3}\ \underline{Sin.\ 2\,D}\ ,$$

$$k_2 = \underline{\delta^3}\ \underline{Cos.\,^2\,D}\ ,$$

$$k_3 = k_4 = \underline{\delta^3}\ ;$$

voor de maan:

$$K = 2 - 3\ Tang^2\,I + (0{,}293 \mp 0{,}031)\ Tang^2\,I\ Cos.\,2\,\underline{(☾ - \gamma)}\ ,$$

$$\tfrac{1}{2}\,E = Tang\,I\ (1 - \tfrac{3}{4}\ Tang^2\,I)\ ,$$

$$m_1 = \tfrac{1}{2}\,E\ \left\{\tfrac{79}{80}\ Sin.\,\underline{(\odot - \gamma)} + (0{,}078 \mp 0{,}013)\ Sin.\,\underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)}\right\}\ ,$$

$$n_1 = \tfrac{1}{2}\,E\ \left\{\tfrac{79}{80}\ Cos.\,\underline{(\odot - \gamma)} - (0{,}078 \mp 0{,}013)\ Cos.\,\underline{(2\,☾ - \odot - \gamma)}\right\}\ ,$$

$$G = \tfrac{1}{2}\ Tang^2\,I\ (1 - \tfrac{3}{4}\ Tang^2\,I)$$

$$G_1 = \tfrac{1}{2}\ Tang^2\,I\ (1 - Tang^2\,I)$$

$$m_2 = \left\{0{,}475\ G_1 + (0{,}031 \mp 0{,}016)\ (1-G)\right\} Cos.\ \underline{2\,(\odot-\gamma)} + (1-G)\ \Sigma z\ Cos.\ 2\,(\odot-\gamma),$$

$$n_2 = \left\{0{,}475\ G_1 - (0{,}031 \mp 0{,}016)\ (1-G)\right\} Sin.\ \underline{2\,(\odot-\gamma)} - (1-G)\ \Sigma z\ Sin.\ 2\,(\odot-\gamma):$$

$$\begin{aligned} Gemidd.\ h = {} & Gemidd.\ M + k\,(a) + K\,(A) \\ & + \{k_1\,(x_1) + m_1\,(X_1) + n_1\,(Y_1)\}\ Sin.\,p \\ & + \{k_1\,(y_1) - n_1\,(X_1) + m_1\,(Y_1)\}\ Cos.\,p \\ & + \{k_2\,(x_2) + m_2\,(X_2) - n_2\,(Y_2)\}\ Sin.\,2p \\ & + \{k_2\,(y_2) + n_2\,(X_2) + m_2\,(Y_2)\}\ Cos.\,2p \\ & + k_3\,(x_3)\ Sin.\,3p + k_3\,(y_3)\ Cos.\,3p + k_4\,(x_4)\ Sin.\,4p + k_4\,(y_4)\ Cos.\,4p\,. \end{aligned} \qquad (10)$$

De bovenste teekens in de uitdrukkingen van *m* en *n*, gelden voor 30 dagen, de onderste voor 31 dagen.

Herinnerd zij, dat γ de regte klimming voorstelt van het doorsnijdingspunt van den maansweg en equator, waar de declinatie van zuid tot noord verandert, en I de hoek tusschen de beide genoemde cirkels, of anders de *grootste* declinatie der maan. Beide grootheden kunnen hierdoor gemakkelijk, zonder trigonometrische berekeningen in den Almanak gezocht worden, schoon ook gemakkelijk een tafeltje kan gemaakt worden, waarin, voor elke gegeven lengte van den maans-klimmenden knoop of i, γ en I gevonden worden, of, beter nog, terstond de hier benoodigde fuctiën van *Tang* I. De *onderstreepte* bogen duiden de waarde dezer grootheden aan voor het *midden* der 30 of 31 dagen. Ten einde in rekening te brengen, dat de declinatie der maan, welke tot het waargenomen getij behoort, en die, zoo als bekend is, $1\frac{1}{2}$ of 2 dagen eerder heeft plaats gevonden dan het oogenblik van waarneming, kan men, in de berekening der getallen K, m_1, n_1, m_2, n_2, den boog γ met *zooveel vermeerderen als het gemiddeld verloop in regte klimming der maan bedraagt gedurende de genoemde* $1\frac{1}{2}$ *of* 2 *dagen,* zonder aan I te veranderen. Hierdoor toch wordt het argument der declinatie van de maan, ☾ — γ, evenveel *verminderd,* en bijgevolg de declinatie in rekening gebragt welke *vroeger* heeft plaats gehad. — Het is doelmatiger om 2 dan $1\frac{1}{2}$ dag voor onze havens te kiezen, omdat wij verder van den evenaar verwijderd zijn, dan de haven van Brest, waar $1\frac{1}{2}$ dag gevonden is. — Overigens zullen de uitkomsten der berekeningen het bedrag dezer vertraging van het getij nader moeten aanwijzen.

Er is nog eene andere opmerking te doen omtrent de termen der uitdrukkingen (10) waarin de regte klimming der maan of ☾ voorkomt. Deze termen

kunnen eigenlijk niet gedurende eenen dag als *standvastig* beschouwd worden, en dus ook niet de getallen K, m_1 en n_1; waaruit volgt, dat de waarde der getallen P_1, Q_1 enz. van (12) eigenlijk eene verbetering zoude behoeven. Uit hoofde echter van de kleine getallen-waarde der coëfficienten van $\frac{Sin.}{Cos.}$ (2☾—☉—γ) en van *Cos.* 2(☾—γ) in (10), zal het voldoende wezen om voor m_1 en n_1 enz. eene waarde te kiezen voor het *midden* der 24ᵘ, dat is voor 's nachts ten 12ᵘ, en dit middengetal als standvastig te beschouwen. Het voldoende dezer handelwijze zal nog nader blijken.

Het blijkt uit de gevondene uitdrukking, dat door het gemiddelde te nemen der waterhoogten, op het *zelfde* uur van den dag, gedurende eene maand, het er verre van af is, dat de uitwerking der maan zoude geëlimineerd zijn. Bijzonder is dit het geval met het getij dat eenmaal 's daags plaats heeft, dat eene functie is van de enkelvoudige uurhoeken p en P. De reden hiervan is, dat, ja wel *Sin.* en *Cos.* P, in den loop eener maand eene periode van teekenafwisseling doorloopen, maar dat *Sin.* 2 D′ dit ook doet, waardoor de som der waarden van *Sin.* 2 D′ *Sin.* $(P + B_1)$ niet klein of 0 kan worden. Bij het half-dagelijksche getij blijft weder de uitwerking der maan, voornamelijk ten gevolge van de voortgaande beweging der zon; zoo als dit uit de ontwikkeling bladz. 14 blijkt.

De termen die van *Sin.* en *Cos.* $3p$ en $4p$ afhangen schijnen in (10) niet meer van de maan af te hangen; wij moeten echter opmerken, dat dit alleen is omdat wij de coëfficienten van *Sin.* en *Cos.* 3P en 4P *standvastig*, onafhankelijk van D′, in rekening gebragt hebben, iets dat niet waarschijnlijk is. Om dus de waarden van (x_3), (y_3), (x_4), (y_4) te bepalen, zal men het midden uit 12 maanden dienen te nemen, in welken tijd ☉—γ ook nagenoeg 360° doorloopt.

Verder volgt, uit de waarden van K en k, dat de *gemiddelde* waterhoogte ook niet erlangd wordt, door het middelen der hoogten gedurende eene maand, maar dat deze gemiddelde hoogte onderworpen is aan eene ongelijkheid, waarvan de periode ongeveer 1 jaar beloopt, volgens k, en aan eene andere van ongeveer 19 jaren volgens K. Wil men dan de gemiddelde waterhoogte zuiver bevrijden van de periodieke uitwerkingen der aantrekking van zon en maan, in een minder tijdsverloop dan 19 jaren, dan zal dit alleen door eene geschikte combinatie van op verschillende tijden gevonden *gemiddelden* kunnen geschieden, naar aanleiding der waarden van k en K.

Hetgeen nu te doen is, bestaat in het afleiden van de waarden van den *eersten* term en van de coëfficienten van *Sin.* en *Cos. p*, *Sin.* en *Cos.* 2*p* enz. uit de 24 gemiddelde hoogten, die wij onderstellen, dat verkregen zijn voor de verschillende uren des etmaals. Wij hebben dus een stel van 24 vergelijkingen van den vorm:

$$N_i = Q + P_1 \, Sin. p + Q_1 \, Cos. p + P_2 \, Sin. 2p + Q_2 \, Cos. 2p + \text{enz.}$$

op te lossen, waarin i van 0 tot 23 gaat, en P en Q de onbekenden zijn; hiertoe bestaat, gelijk bekend is, een zeer eenvoudige gang.

Men heeft, vooreerst, om Q te vinden, door het optellen van al de 24 gemiddelden:

$$\Sigma_0^{23} N_i = 24 Q \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (a)$$

Vervolgens om eenigen coëfficient P_n of Q_n te vinden, vermenigvuldige men al de vergelijkingen naar de rij af met *Sin. np* of *Cos. np*, en neme de som van de 24 producten, dan komt:

$$\begin{aligned} \Sigma_0^{23} N_i \, Sin. np = Q \, \Sigma_0^{23} Sin. np &+ P_1 \, \Sigma_0^{23} Sin. p \, Sin. np + Q_1 \, \Sigma_0^{23} Cos. p \, Sin. np \\ &+ P_2 \, \Sigma_0^{23} Sin. 2p \, Sin. np + Q_2 \, \Sigma_0^{23} Cos. 2p \, Sin. np \\ &. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \\ &+ P_n \, \Sigma_0^{23} Sin.^2 np \qquad + Q_n \, \Sigma_0^{23} Cos. np \, Sin. np \\ &+ \text{enz.} \end{aligned}$$

Maar omdat de hoeken p regelmatig van 0 tot 345° met 15° telkens opklimmen, zoo heeft men:

$$\Sigma_0^{23} Sin. np = 0$$

$$\Sigma_0^{23} Sin. p \, Sin. np = \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} Cos. (n-1) p - \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} Cos. (n+1) p = 0$$

$$\Sigma_0^{23} Cos \; p \, Sin. np = \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} Sin. (n-1) p + \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} Sin. (n+1) p = 0$$

en zoo met alle overige termen, die alle verdwijnen, met uitzondering alleen van den term:

$$\Sigma_0^{23} Sin.^2 np = \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} (1 - Cos. 2np) = \tfrac{1}{2} \, \Sigma_0^{23} 1 = 12.$$

Aldus bekomt men:

$$\Sigma_0^{23} N_i \, Sin. np = 12 P_n \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (b)$$

en op dezelfde wijze:

$$\Sigma_0^{23} N_i \, Cos. np = 12 Q_n \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (c)$$

Langs dezen weg kan men de coëfficienten P en Q vinden tot P_{11} en Q_{11} toe: dus 22 onbekenden, en met de eerste waarde Q mede genomen, 23 onbekenden bepalen. Eigenlijk zijn het 24 onbekenden; omdat de eerste P mede moet gerekend worden als factor van $Sin.\ o \times p$, even als Q factor is van $Cos.\ o \times p = 1$. Het zoude echter niet doelmatig zijn om de uitwerking tot P_{11} en Q_{11} voort te zetten; omdat de gevondene waarden van N_i slechts gemiddelde getallen zijn, en dus niet naauwkeurig kunnen wezen. Beter is het, zoo als wij in (7) en (10) geschreven hebben, de uitdrukking bij P_4 en Q_4 te beperken, en, voor zoo ver de 24 waarden van N_i niet volkomen door deze eerste termen voorgesteld worden, het ontbrekende als fouten der waarnemingen, of als gevolgen van de storende invloeden van wind- en luchtdruk aan te merken. Deze invloeden hebben overigens al hunnen invloed op den eersten term Q, terwijl zij van weinig invloed zijn op de volgende coëfficienten P_1, Q_1 enz. en dit wel om de reden, die reeds door LAPLACE is opgegeven, dat, zoo de wind eene vloedhoogte vergroot, dit ongeveer evenzoo het geval zijn zal met de onmiddelijk volgende eb- en vloedhoogten. De *veranderingen* in de uitwerking van den wind op de hoogte des waters, *gedurende een* etmaal komen dus *alleen* als fouten in de waarden van P_1, Q_1, P_2, Q_2 enz. voor. Hieruit volgt dat bij *regelmatig* dagelijks afwisselende winden, zoo als in de Tropische gewesten, de invloed hiervan op P_1, Q_1 enz. niet twijfelachtig schijnt, doch, dat het bij ons van minder beteekenis is. Hetzelfde geldt, omtrent de *regelmatig* voortgaande veranderingen in de hoogte des barometers; deze moeten vooral invloed hebben op de waarde der termen P_2 en Q_2, omdat de barometer-hoogte ook twee *maxima* en twee *minima* in 24^u bereikt.

Opmerkelijk is het, dat de wijze om Q, P_1, Q_1 enz. te vinden, door (*a*), (*b*) en (*c*) aangewezen, juist overeenstemt met de oplossingswijze volgens de manier der kleinste kwadraten, voor het geval dat men de uitdrukking b.v. tot P_4 en Q_4 beperkt. — Wij bekomen dus, volgens de formulen (*a*), (*b*) en (*c*), ter bepaling der coëfficienten van (10), de meer ontwikkelde uitdrukkingen:

$$\left.\begin{aligned}24\,Q &= \{N_0+N_1+N_2+N_3 \ldots\ldots +N_{23}\}\\ 12\,P_1 &= (N_0-N_{12})+(N_1-N_{11}-N_{13}+N_{23})Sin.75^\circ+(N_2-N_{10}-N_{14}+N_{22})Sin.60^\circ\\ &\quad +(N_3-N_9-N_{15}+N_{21})Sin.45^\circ+(N_4-N_8-N_{16}+N_{20})Sin.30^\circ\\ &\quad +(N_5-N_7-N_{17}+N_{19})Sin.15^\circ\end{aligned}\right\}(11)$$

$$
\left.\begin{aligned}
12\,Q_1 &= (N_0 - N_{18}) + (N_5 + N_7 - N_{17} - N_{19})\,Sin.75^\circ + (N_4 + N_8 - N_{16} - N_{20})\,Sin.60^\circ \\
&\quad + (N_3 + N_9 - N_{15} - N_{21})\,Sin.45^\circ + (N_2 + N_{10} - N_{14} - N_{22})\,Sin.30^\circ \\
&\quad + (N_1 + N_{11} - N_{13} - N_{23})\,Sin.15^\circ \\
12\,P_2 &= (N_0 - N_6 + N_{12} - N_{18}) + (N_1 - N_5 - N_7 + N_{11} + N_{13} - N_{17} - N_{19} + N_{23})\,Sin.60^\circ \\
&\quad + (N_2 - N_4 - N_8 + N_{10} + N_{14} - N_{16} - N_{20} + N_{22})\,Sin.30^\circ \\
12\,Q_2 &= (N_3 - N_9 + N_{15} - N_{21}) + (N_2 + N_4 - N_8 - N_{10} + N_{14} + N_{16} - N_{20} - N_{23})\,Sin.60^\circ \\
&\quad + (N_1 + N_5 - N_7 - N_{11} + N_{13} + N_{17} - N_{19} - N_{23})\,Sin.30^\circ \\
12\,P_3 &= (N_0 - N_4 + N_8 - N_{12} + N_{16} - N_{20}) \\
&\quad + (N_1 - N_3 - N_5 + N_7 + N_9 - N_{11} - N_{13} + N_{15} + N_{17} - N_{19} - N_{21} + N_{23})\,Sin.45^\circ \\
12\,Q_3 &= (N_2 - N_6 + N_{10} - N_{14} + N_{18} - N_{22}) \\
&\quad + (N_1 + N_3 - N_5 - N_7 + N_9 + N_{11} - N_{13} - N_{15} + N_{17} + N_{19} - N_{21} - N_{23})\,Sin.45^\circ \\
12\,P_4 &= (N_0 - N_3 + N_6 - N_9 + N_{12} - N_{15} + N_{18} - N_{21}) \\
&\quad + (N_1 - N_2 - N_4 + N_5 + N_7 - N_8 - N_{10} + N_{11} + N_{13} - N_{14} - N_{16} + N_{17} \\
&\quad + N_{19} - N_{20} - N_{22} + N_{23})\,Sin.30^\circ \\
12\,Q_4 &= (N_1 + N_2 - N_4 - N_5 + N_7 + N_8 - N_{10} - N_{11} + N_{13} + N_{14} - N_{16} - N_{17} \\
&\quad + N_{19} + N_{20} - N_{22} - N_{23})\,Sin.60^\circ
\end{aligned}\right\}\quad (11)
$$

De berekening van Q en P volgens deze uitdrukkingen is, gelijk men ziet, zeer eenvoudig: zij bestaat hoofdzakelijk alleen in optellen en aftrekken en enkele kleine vermenigvuldigingen; want, wat deze betreft, moet opgemerkt worden, dat eene naauwkeurigheid tot 3 decimalen voldoende is. Wij schrijven hier dus nog:

$$Sin.\ 75^\circ = 0{,}9659 = 1 + \tfrac{1}{28} - \tfrac{1}{22}\ \text{nabij}$$
$$Sin.\ 60^\circ = 0{,}8660 = 1 - \tfrac{1}{10} - \tfrac{1}{30} - \tfrac{1}{2000}\ \text{nabij}$$
$$Sin.\ 45^\circ = 0{,}7071 = 1 - \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{25} + \tfrac{1}{2500}\ \text{nabij}$$
$$Sin.\ 30^\circ = 0{,}5000 = \tfrac{1}{2}$$
$$Sin.\ 15^\circ = 0{,}2588 = \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{113} = \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{28}\ \text{nabij.}$$

Men kan of vermenigvuldigen, of volgens de bovenstaande breuken, waarvan de tellers = 1 zijn, alleen deelen. Ook zoude men van kleine logarithmentafels met 3 decimalen, gebruik kunnen maken. In elk geval is het doelmatig om voor de uitwerking der formulen (11) Tabellen te *doen drukken*, die slechts in te vullen zijn. Een voorbeeld van zulke eene Tabel is hier achter gevoegd.

Men heeft dan gevonden:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \mathit{Gemidd.}\ M + k(a) + K(A), \\ P_1 = k_1(x_1) + m_1(X_1) + n_1(Y_1), \\ Q_1 = k_1(y_1) - n_1(X_1) + m_1(Y_1), \\ P_2 = k_2(x_2) + m_2(X_2) - n_2(Y_2), \\ Q_2 = k_2(y_2) + n_2(X_2) + m_2(Y_2), \\ P_3 = k_3(x_3), \quad Q_3 = k_3(y_3), \\ P_4 = k_4(x_4), \quad Q_4 = k_4(y_4). \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Om verder (x_1) en (y_1), (X_1), (Y_1) enz. te vinden, zal het doelmatig zijn, om een geheel jaar te omvatten, en dan de oplossing volgens de manier der kleinste kwadraten te bewerkstelligen. Vier maanden worden er ten minste gevorderd, telkens met overspringing van twee maanden, om eenige naauwkeurigheid te erlangen. Men kan kiezen: Junij en December, Maart en September.

De tot nu toe voorgedragene wijze van rekenen is de geschiktste ter bepaling van de termen die van de zon afhangen, omdat deze zoo min mogelijk verkleind in (12) voorkomen; terwijl daarentegen de termen, die tot de maan betrekking hebben, daarin slechts *gedeeltelijk* voorkomen, hetgeen meer bijzonder met de grootheden (X_2) en (Y_2) het geval is. Om de termen die de werking der maan voorstellen te bepalen, is het doelmatiger om de waargenomene hoogte in eene andere volgorde zamen te tellen, en wel, zoo als wij reeds noemden, in de volgorde van de *uurhoeken der maan*, beginnende met den tijd van maansdoorgang door den bovensten meridiaan, en eindigende met den uurhoek van 345°. — Het is blijkbaar, dat op deze wijze de grootheden (X_1), (Y_1), (X_2) enz. zoo veel mogelijk onverkleind in de sommen moeten voorkomen. Op deze wijze verkrijgt men elke maand *één* doorgang minder dan met de zon. Daar echter de uurwaarnemingen, die wij van de waterhoogten onderstellen, niet in de laatstgenoemde orde gedaan zijn, zullen wij eerst aanwijzen, hoe op eene eenvoudige manier hierin verholpen kan worden.

De tijden wanneer bepaalde maans-uurhoeken plaats hebben, vallen in den regel tusschen de zons-uren in, en vertragen dagelijks gemiddeld 50′,472. — Het komt er dus op aan, om voor elken bepaalden uurhoek der maan, de hoogte des waters uit de lijsten op te zoeken, door middel van interpolatie

tusschen twee opvolgende waarnemingen in, waarbij men dan *gemiddeld*, van den eenen dag op den anderen, telkens voor 50′½ later moet zoeken. — Het eerste getal, of de eerste waterhoogte worde gezocht voor het oogenblik van den doorgang der maan door den meridiaan, welk oogenblik in den Almanak opgeteekend staat. De tweede hoogte zoeke men, voor den tijd wanneer de maans-uurhoek 15° bedraagt, dat is gemiddeld 1ᵘ 2′,1 later dan den doorgangstijd; de derde hoogte als de genoemde uurhoek 30° beloopt, dat is zeer nabij 2ᵘ 4′,2 later dan den doorgangstijd enz. tot de 24ˢᵗᵉ waterhoogte toe, 23ᵘ 47′,9 gemiddeld na den tijd van doorgang der maan door den meridiaan. Naauwkeurig gesproken, kan men niet de gemiddelde vertraging 50′,7 der maans-doorgangen gebruiken, maar zoude steeds de werkelijke vertraging moeten bezigen, welke van 40 tot 60′ ongeveer verschillen kan. Het zoude echter te lastig worden en te veel tijd rooven, om dit voorschrift *streng* op te volgen. Wanneer men overweegt, dat de verandering in de hoogte des waters, gedurende weinige minuten, in den regel slechts zeer gering is, dan volgt vooreerst, dat men wel volstaan kan met voor de vertraging van den maansdoorgang steeds het gemiddelde getal van 50′,4 te nemen. Maar ten andere, ook dan wanneer men zich beperkt om de waterhoogte steeds te zoeken op het oogenblik van het *naaste kwartier uurs*, dat den juisten tijd *vooraf gaat* of *volgt*, dan nog zal de *gemiddelde* waterhoogte over *eenige dagen* voldoende, zoo niet bijna geheel naauwkeurig zijn. Waartoe dient opgemerkt te worden, dat voor *denzelfden* uurhoek der maan, het getij ook bijna steeds in dezelfde omstandigheid van rijzen of dalen verkeert: dit ten minste heeft plaats voor den voornaamsten term A *Sin.* 2 $(P + B_1)$, als voor de overige termen die van P afhangen, wanneer men de *betrekkelijk zeer* langzame verandering van D′, buiten rekening laat. Om dit nader door een voorbeeld op te helderen, zoo zij gesteld, dat de juiste tijden voor den uurhoek P = 75°, op 7 achtereenvolgende dagen vallen, ten

1 . .	5ᵘ 12′	en dat men de waterhoogten zoekt ten	5ᵘ 15′
2 . .	6 2	. . . .	6 0
3 . .	6 53	. . . .	7 0
4 . .	7 43	. . . .	7 45
5 . .	8 34	. . . .	8 30
6 . .	9 24	. . . .	9 30
7 . .	10 15	. . . .	10 15
Gemidd.	7ᵘ 43′	Gemidd.	7ᵘ 45′

Dan blijkt, dat de gemiddelde hoogte ten $7^u\,45'$, in plaats van $7^u\,45'$ gevonden is, hetgeen slechts een verschil van $2'$ oplevert. De rijzing of daling van het water in 2 minuten tijds kan wel verwaarloosd worden, te meer daar in andere gevallen, de gemiddeld gevondene hoogte iets te *vroeg* zijn zal. Het uitzoeken der waterhoogten uit lijsten die van uur tot uur ingevuld zijn, kan nu, met eenige oefening, genoegzaam even zoo spoedig gedaan worden, als of de waarnemingen van kwartier tot kwartier werkelijk gedaan waren, te meer daar vele tijden op het *volle uur*, als het naaste kwartier, invallen, andere weder op het *half uur:* men kan daarbij steeds de evenredige deelen uit het hoofd bijvoegen of aftrekken, en terstond de som of het verschil met het hoofdgetal nederschrijven.

Ten einde deze wijze van doen gemakkelijk te maken, gaat hierbij eene Tafel, waarin, voor elken doorgangstijd der maan, de naaste kwartieren aangewezen zijn, waarop de waterhoogte moet gezocht worden. De eerste kolom levert, als argument, den tijd van maans-doorgang, van 0 tot 12^u en verder tot 24^u toe, van 5 tot 5 minuten; voor dit oogenblik, dat uit den Almanak genomen wordt, zoekt men de eerste waterhoogte, voor $P = 0$. De 25 volgende kolommen wijzen vervolgens aan, de uren, halve uren en kwartier uren, waarop de volgende waterhoogten moeten gezocht worden. Bij voorbeeld, als de maansdoorgang geschiedt ten $9^u\,53'$ des namiddags, waarbij het naaste getal in de eerste kolom $9^u\,55'$ is. Dan zoekt men:

voor de maans-uurhoeken

0. 15°. 30°. 45°. 60°. 75°. 90°. 105°. 120°. 135°. 150°. 165°. 180°. 195°. 210°. 225° enz.,

de waterhoogten ten

10^u. 11^u. 12^u. | 1^u. 2^u. 3^u. $4\frac{1}{4}^u$. $5\frac{1}{4}^u$. $6\frac{1}{4}^u$. $7\frac{1}{4}^u$. $8\frac{1}{4}^u$. $9\frac{1}{4}^u$. $10\frac{1}{4}^u$. $11\frac{1}{4}^u$. $12\frac{1}{2}^u$. $1\frac{1}{2}^u$ enz.

Waarbij natuurlijk opgelet dient te worden, dat na 12^u 'snachts, 1^u van den *volgenden* datum *volgt*.

Hernemen wij thans de formule (3), en onderstellen wij dat die waterhoogten h bijeengeteld en gemiddeld worden, waarbij P *standvastig* blijft, dan komt:

$$\Sigma h = \Sigma M + \Sigma a + \Sigma A + \Sigma x_1\, Sin.p + \Sigma y_1\, Cos.p + \Sigma x_2\, Sin.\,2p + \Sigma y_2\, Cos.\,2p + \text{enz.}$$
$$+ Sin.P\, \Sigma X_1 + Cos.P\, \Sigma Y_1 + Sin.\,2p\, \Sigma X_2 + Cos.\,2P\, \Sigma Y_2 + \text{enz.}$$

of

$$\left.\begin{aligned}\Sigma h = \Sigma M &+ (a)\Sigma\,(3\,Cos.\,2\,D - 1)\,\delta^3 + (A)\,\Sigma\,(3\,Cos.\,2\,D' - 1)\,\Delta^3 \\ &+ (x_1)\,\Sigma\,\delta^3\,Sin.\,2\,D\,.\,Sin\,p + (y_1)\,\Sigma\,\delta^3\,Sin.\,2\,D\,Cos.\,p \\ &+ (x_2)\,\Sigma\,\delta^3\,Cos.^2\,D\,Sin.\,2p + (y_2)\,\Sigma\,\delta^3\,Cos.^2\,D\,Cos.\,2p \\ &+ (x_3)\,\Sigma\,\delta^3\,Sin.\,3p + (y_3)\,\Sigma\,\delta^3\,Cos.\,3p + (x_4)\,\Sigma\,\delta^3\,Sin.\,4p + (y_4)\,\Sigma\,\delta^3\,Cos.\,4p \\ &+ (X_1)\,Sin.\,P\,\Sigma\,\Delta^3\,Sin.\,2\,D' + (Y_1)\,Cos.\,P\,\Sigma\,\Delta^3\,Sin.\,2\,D' \\ &+ (X_2)\,Sin.\,2P\,\Sigma\,\Delta^3\,Cos.^2\,D' + (Y_2)\,Cos.\,2P\,\Sigma\,\Delta^3\,Cos.^2\,D' \\ &+ (X_3)\,Sin.\,3P\,\Sigma\,\Delta^3 + (Y_3)\,Cos.\,3P\,\Sigma\,\Delta^3 \\ &+ (X_4)\,Sin.\,4P\,\Sigma\,\Delta^3 + (Y_4)\,Cos.\,4P\,\Sigma\,\Delta^3\end{aligned}\right\}\ (13)$$

Deze uitdrukking vervangt nu de uitdrukking (7): wij willen ook deze nader beschouwen.

Vooreerst onderstellen wij, dat de som der waterhoogten niet voor eene maand in eens, maar slechts voor het *vierde* van eenen maansomloop telkens genomen worde, en dus, daar er zeer nabij in twee maansomloopen — gerekend van nieuwe tot nieuwe maan — 57 maansdoorgangen door den meridiaan plaats vinden, dat men 7 *malen achtereen* 7 waterhoogten optelle, en dan *éénmaal* 8 waterhoogten. De reden van dit voorstel is, om zoo doende, in het algemeen, de grootst mogelijke getallen-waarden voor de coefficiënten van X_1, Y_1, X_2, Y_2 enz. te bekomen, en wel meer bepaald van X_1 en Y_1. Wanneer alzoo Σh alleen voor 7 of hoogstens 8 dagen geldt, dan is het vooreerst duidelijk, dat men voor de zonstermen, de *gemiddelde* waarde van D en δ zal mogen bezigen, en de functie dezer grootheden, buiten het sommatie-teeken zal mogen schrijven. De termen die van de zon afhangen, verkrijgen dus den volgenden vorm:

$$\begin{aligned}&(a)\,.\,\underline{\delta}^3\,(3\,\underline{Cos.\,2\,D} - 1)\,\Sigma\,1 \\ &+ \underline{\delta}^3\,\underline{Sin.\,2\,D}\,\{(x_1)\,\Sigma\,Sin.\,p + (y_1)\,\Sigma\,Cos.\,p\} \\ &+ \underline{\delta}^3\,\underline{Cos.^2\,D}\,\{(x_2)\,\Sigma\,Sin.\,2p + (y_2)\,\Sigma\,Cos.\,2p\} \\ &+ \underline{\delta}^3 \quad\times\quad \{(x_3)\,\Sigma\,Sin.\,3p + (y_3)\,\Sigma\,Cos.\,3p\} \\ &+ \underline{\delta}^3 \quad\times\quad \{(x_4)\,\Sigma\,Sin.\,4p + (y_4)\,\Sigma\,Cos.\,4p\}\,.\end{aligned}$$

De verandering van p in het tijdsverloop tusschen twee maansdoorgangen, bedraagt gemiddeld 12°,618. Dientengevolge heeft men, zoo weder $\underline{p}$ de gemiddelde uurhoek der zon voorstelt:

$$\tfrac{1}{7}\,\Sigma_1^7\,\frac{Sin.}{Cos.}(n\,p) = \frac{Sin.}{Cos.}(n\,\underline{p}) \cdot \frac{Sin.(n\times 44°,163)}{7\times Sin.\,6°,309} = \mu_n \cdot \frac{Sin.}{Cos.}(n\,\underline{p})$$

$$\tfrac{1}{8}\,\Sigma_1^8\,\frac{Sin.}{Cos.}(n\,p) = \frac{Sin.}{Cos.}(n\,\underline{p}) \cdot \frac{Sin.(n\times 50°,472)}{8\times Sin.\,6°.309} = \mu_n \cdot \frac{Sin.}{Cos.}(n\,\underline{p}).$$

Door achtervolgens $n = 1, 2, 3, 4$ te stellen, vindt men de coëfficienten:

1°. voor 7 dagen . . . $\mu_1 = 0,906$, $\mu_2 = 0,653$, $\mu_3 = 0,318$, $\mu_4 = 0,020$
2°. voor 8 dagen . . . $\mu_1 = 0,877$, $\mu_2 = 0,562$, $\mu_3 = 0,184$, $\mu_4 = 0,109$.

De gemiddelde waarde der termen die van de zon afhangen, en die overeenstemmen met, of behooren bij den uurhoek P der maan, wordt alzoo:

$$\begin{aligned}
&(a)\ \underline{\delta}^3\ (3\,Cos.\,2\,\underline{D} - 1)\\
&+ \mu_1\ \underline{\delta}^3\ Sin.\,2\,\underline{D}\,.\{(x_1)\,Sin.\,\underline{p} + (y_1)\,Cos.\,\underline{p}\}\\
&+ \mu_2\ \underline{\delta}^3\ Cos.^2\,\underline{D}\,.\{(x_2)\,Sin.\,2\underline{p} + (y_2)\,Cos.\,2\underline{p}\}\\
&\qquad + \mu_3\ \underline{\delta}^3\ \{(x_3)\,Sin.\,3\underline{p} + (y_3)\,Cos.\,3\underline{p}\}\\
&\qquad + \mu_4\ \underline{\delta}^4\ \{(x_4)\,Sin.\,4\underline{p} + (y_4)\,Cos.\,4\underline{p}\}.
\end{aligned}$$

Laat op den gemiddelden dag, op het oogenblik van den doorgang van de maan door het zuiden, dat is voor het tijdstip van $P = o$, $\underline{p} = \beta$ zijn, en zij $\lambda = \frac{12°,618}{360°} \times P$, dan is op het oogenblik van elken anderen uurhoek der maan P,

$$\underline{p} = \beta + P + \lambda.$$

Wanneer men dan, zonder verdere herleiding der bovenstaande termen voor de zon, terstond de manier van eliminatie, hierboven pag. 18 aangewezen, op (15) toepast, dan zullen in elke waarde van P en Q, volgens de formulen (a), (b) en (c) gevonden, ook de grootheden (x_1), (y_1), (x_2) enz. voor een gedeelte voorkomen, welke zich bij de termen der maan, (X_1) enz. voegen. Laat k en k' twee geheele getallen zijn, en laat de uitdrukking (15) vermenigvuldigd worden met $Sin.\ k'$ P of met $Cos.\ k'$P, dan zullen in het product met de termen der zon de vier vormen voorkomen, te weten:

$$Sin.\,k\underline{p}\ Sin.\,k'P\,,\quad Cos.\,k\underline{p}\ Sin.\,k'P$$
$$Sin.\,k\underline{p}\ Cos.\,k'P\,,\quad Cos.\,k\underline{p}\ Cos.\,k'P\,.$$

De vraag is naar de som van de 24 waarden van ieder dezer producten,

overeenkomende met verschillende uurhoeken P, van 0 tot 345°. Hiertoe hebben wij vooreerst:

$$2\,Sin.\,k\underline{p}\,.\,Sin.\,k'\mathrm{P} = Cos.\,(k\underline{p} - k'\mathrm{P}) - Cos.\,(kp + k'\mathrm{P}),$$

$$2\,Cos.\,k\underline{p}\,.\,Cos.\,k'\mathrm{P} = Cos.\,(k\underline{p} - k'\mathrm{P}) + Cos.\,(kp + k'\mathrm{P});$$

of

$$2\,Sin.\,k\underline{p}.\,Sin.\,k'\mathrm{P} = Cos.\,(\overline{k - k'}\,\mathrm{P} + k\beta + k\lambda) - Cos.\,(\overline{k + k'}\,\mathrm{P} + k\beta + k\lambda),$$

$$2\,Cos.\,k\underline{p}.\,Cos.\,k'\mathrm{P} = Cos.\,(\overline{k - k'}\,\mathrm{P} + k\beta + k\lambda) + Cos.\,(\overline{k + k'}\,\mathrm{P} + k\beta + k\lambda).$$

Wanneer men in deze uitdrukkingen den standvastigen boog $k\beta$ met 90° vermeerdert, verkrijgt men de waarden van $2\,Cos.\,k\underline{p}.\,Sin.\,k'\mathrm{P}$ en $2\,Sin.\,k\underline{p}.\,Cos.\,k'\mathrm{P}$.

De eerste waarde van P is $= o$, te gelijk met $\lambda = o$.

De laatste waarde van P is $= 345°$, te gelijk met $\lambda = \frac{23}{24} \times 12°{,}618$. Zij, ter bekorting, $\delta = \frac{23}{24} \times 6°{,}309$, dan vindt men voor het gemiddelde der bogen, waarvan de *Cosinussen* opgeteld zullen worden:

$$k\beta + (k - k')\,(180° - 7°{,}5) + k\delta \quad \text{en} \quad k\beta + (k + k')\,(180° - 7°{,}5) + k\delta$$

en voor de *helft* van de *vermeerdering* dier bogen, telkens:

$$(k - k') \times 7°{,}5 + \tfrac{1}{23}\,k\delta \quad \text{en} \quad (k + k') \times 7°{,}5 + \tfrac{1}{23}\,k\delta.$$

Hieruit volgt voor de gevraagde som der *Cosinussen:*

$$Cos.\,\big(k\beta - (k - k').\,7°{,}5 + k\delta\big) \times \frac{Sin.\,(k \times 6°{,}309)}{Sin.\,\big((k - k')\,.\,7°{,}5 + \frac{1}{23}\,k\delta\big)},$$

en

$$Cos.\,\big(k\beta - (k + k').\,7°{,}5 + k\delta\big) \times \frac{Sin.\,(k \times 6°{,}309)}{Sin.\,\big((k + k')\,.\,7°{,}5 + \frac{1}{23}\,k\delta\big)};$$

of voor δ zijne waarde schrijvende, en herleidende:

$$Cos.\,\big(k\,(\beta - 1°{,}454) + k' \times 7°{,}5\big)\,.\,\frac{Sin.\,(k \times 6°{,}309)}{Sin.\,\big(k\,.\,7°{,}763 - k'\,.\,7°{,}5\big)},$$

en

$$Cos.\,\big(k\,(\beta - 1°{,}454) - k' \times 7°{,}5\big)\,.\,\frac{Sin.\,(k \times 6°{,}309)}{Sin.\,\big(k\,.\,7°{,}763 + k'\,.\,7°{,}5\big)}.$$

Door van deze uitdrukkingen het halve verschil en de halve som te nemen, en verder te herleiden, vindt men: 1°.

$$\Sigma_0^{23}\, Sin.k\underline{p}\, Sin.k'P = Sin.(k\times 6°,309).\frac{Sin.(k'\times 15°)}{Cos.(k'\times 15°)-Cos.(k\times 15°,526)}\, Cos.k\,(\beta+6°,309),$$

waaruit:

$$\Sigma_0^{23}\, Cos.k\underline{p}\, Sin.k'P = -Sin.(k\times 6°,309).\frac{Sin.(k'\times 15°)}{Cos.(k'\times 15°)-Cos.(k\times 15°,526)}\, Sin.k\,(\beta+6°,309).$$

2°. Wanneer men stelt: (*d*)

$$Tang.\,\alpha = Tang.^2(k'\times 7°,5)\,.\,Cot.\,7°,763,$$

$$\Sigma_0^{23}\, Cos.k\underline{p}\, Cos.k'P = Sin.(k\times 6°,309).Sin.(k\times 7°,763)\frac{(1+Cos.k'\times 15°)\,Sec.\,\alpha}{Cos.(k'\times 15°)-Cos.(k\times 15°,526)}\,Cos.(k(\beta-1°,454)+\alpha),$$

waaruit:

$$\Sigma_0^{23}\, Sin.k\underline{p}\, Cos.k'P = -Sin.(k\times 6°,309).Sin.(k\times 7°,763)\frac{(1+Cos.k'\times 15°)\,Sec.\,\alpha}{Cos.(k'\times 15°)-Cos.(k\times 15°,526)}\,Sin.(k(\beta-1°,454)+\alpha).$$

Wanneer men in deze beide laatste uitdrukkingen $k' = o$ stelt, komt nog:

$$\Sigma_0^{23}\, Cos.k\underline{p} = Sin.(k\times 6°,309).\,Sin.(k\times 7°,763)\times\frac{2}{1-Cos.(k\times 15°,526)}\,Cos.k\,(\beta-1°,454)$$

$$= \frac{Sin.(k\times 6°,309)}{Sin.(k\times 7°,753)}\times Sin.k\,(\beta-1°,454) \qquad (e)$$

$$\Sigma_0^{23}\, Sin.k\underline{p} = -\frac{Sin.(k\times 6°,309)}{Sin.(k\times 7°,763)}\,Cos.k\,(\beta-1°,454).$$

Het is duidelijk te zien dat de bovenstaande uitdrukkingen dan hare voornaamste waarde verkrijgen, wanneer $k = k'$ is, terwijl in de overige gevallen die waarden veel kleiner zijn. — Nemen wij achtervolgende: $k = k' = 1$, $= 2$, $= 3$, $= 4$, dan komt:

$\Sigma_0^{23} Sin.\,\underline{p}\; Sin.\,P = 11,772\; Cos.\,(\beta+6°,3)$, $\quad \Sigma_0^{23} Cos.\,\underline{p}\, Cos.\,P = 12,174\, Cos.\,(\beta+5°,8)$

$\Sigma_0^{23} Cos.\,\underline{p}\; Sin.\,P = -11,772\; Sin.\,(\beta+6°,3)$, $\quad \Sigma_0^{23} Sin.\,\underline{p}\, Cos.\,P = -12,174\, Sin.\,(\beta+5°,8)$

$\Sigma_0^{23} Sin\,2\underline{p}\; Sin.2P = 11,712\; Cos.2(\beta+6°,3)$, $\quad \Sigma_0^{23} Cos.2\underline{p}\, Cos.2P = 12,084\, Cos.2(\beta+5°,8)$

$\Sigma_0^{23} Cos.2\underline{p}\; Sin.2P = -11,712\; Sin.2(\beta+6°,3)$, $\quad \Sigma_0^{23} Sin.2\underline{p}\, Cos.2P = -12,084\, Sin.2(\beta+5°,8)$

$\Sigma_0^{23} Sin.3\underline{p}\, Sin.3P = 11{,}618\, Cos.3(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Cos.3\underline{p}\, Cos.3P = 11{,}938\, Cos.3(\beta + 5^\circ{,}8)$

$\Sigma_0^{23} Cos.3\underline{p}\, Sin.3P = -11{,}618\, Sin.3(\beta + 6^\circ{,}3)$. $\Sigma_0^{23} Sin.3\underline{p}\, Cos.3P = -11{,}938\, Sin.3(\beta + 5^\circ{,}8)$

$\Sigma_0^{23} Sin.4\underline{p}\, Sin.4P = 11{,}490\, Cos.4(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Cos.4\underline{p}\, Cos.4P = 11{,}734\, Cos.4(\beta + 5^\circ{,}8)$

$\Sigma_0^{23} Cos.4\underline{p}\, Sin.4P = -11{,}490\, Sin.4(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Sin.4\underline{p}\, Cos.4P = -11{,}734\, Sin.4(\beta + 5^\circ{,}8)$

Van de overige combinatiën nemen wij nog slechts $k = 1$ met $k' = 2$ en $k = 2$ met $k' = 1$, welke tot de voornaamste termen van (15) betrekking hebben, omdat de overige sommen, uit hoofde der geringe grootte van x_3, y_3, x_4, y_4 vermenigvuldigd met de coëfficienten μ_3 en μ_4 en gedeeld door 12, verwaarloosd kunnen worden, althans tot dat het tegendeel zoude blijken.

$\Sigma_0^{23} Sin.\underline{p}\, Sin.2P = -0{,}564\, Cos.(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Cos.\underline{p}\, Cos.2P = -0{,}321\, Cos.(\beta + 26^\circ{,}3)$

$\Sigma_0^{23} Cos.\underline{p}\, Sin.2P = +0{,}564\, Sin.(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Sin.\underline{p}\, Cos.2P = +0{,}321\, Sin.(\beta + 26^\circ{,}3)$

$\Sigma_0^{23} Sin.2\underline{p}\, Sin.P = +0{,}535\, Cos.2(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Cos.2\underline{p}\, Cos.P = 1{,}055\, Cos.2(\beta + 0^\circ{,}3)$

$\Sigma_0^{23} Cos.2\underline{p}\, Sin.P = -0{,}535\, Sin.2(\beta + 6^\circ{,}3)$, $\Sigma_0^{23} Sin.2\underline{p}\, Cos.P = -1{,}055\, Sin.2(\beta + 0^\circ{,}3)$

Eindelijk komt nog volgens (*e*)

$$\Sigma_0^{23} Sin.k\underline{p} = -0{,}813\, Sin.k(\beta - 1^\circ{,}45)$$

$$\Sigma_0^{23} Cos.k\underline{p} = +0{,}813\, Cos.k(\beta - 1^\circ{,}45)$$

In plaats van de bogen $\beta + 6^\circ{,}3$ of $\beta + 5^\circ{,}8$ zal het voldoende zijn, gemakshalve, in een rond getal, beide op $\beta + 6^\circ$ te stellen; hetgeen tot bevestiging dient van hetgeen hiervoren (pag. 17, *boven*) is aangevoerd.

De termen die van de maan afhangen in (15) zullen wij niet herleiden, maar aannemen dat de gemiddelde waarden, voor 7 of 8 dagen, van

$\Sigma\,(3\,Cos.\,2\,D'-1)\,\Delta^3,\quad \Sigma\,\Delta^3\,Sin.\,2\,D'$ en van $\Sigma\,\Delta^3\,Cos.^2\,D' = \frac{1}{2}\,\Sigma\,(Cos.\,2\,D'+1)\,\Delta^3$

regtstreeks berekend worden.

Wij bekomen dus, door de waarde van Σh in (15) te deelen door 7 of 8, naar gelang men 7 of 8 maansdagen *middelt*, indien n dit getal voorstelt, verwaarloozende $\mu_4\,(x_4)$ en $\mu_4\,(y_4)$:

$$
\begin{aligned}
N_i = \tfrac{1}{n}\Sigma M &+ (a)\underline{\delta}^3\,(3\,Cos.\,2\,\underline{D}-1) + (A).\frac{\Sigma\,(3\,Cos.\,2\,D'-1)\;\Delta^3}{n} \\
&+ \mu_1\,\underline{\delta}^3\;Sin.\,2\,\underline{D}\;\{(x_1)\,Sin.\;\underline{p} + (y_1)\;Cos.\;\underline{p}\} \\
&+ \mu_2\,\underline{\delta}^3\;Cos.^2\,\underline{D}\;\{(x_2)\,Sin.\,2\underline{p} + (y_2)\;Cos.\,2\underline{p}\} \\
&+ \qquad\mu_3\,\underline{\delta}^3\;\{(x_3)\,Sin.\,3\underline{p} + (y_3)\;Cos.\,3\underline{p}\} \\
&+ \frac{\Sigma\,\Delta^3\,Sin.\,2\,D'}{n}\;\{(X_1)\,Sin.\;P + (Y_1)\,Cos.\;P\} \qquad\qquad (14) \\
&+ \frac{\Sigma\,\Delta^3\,Cos.^2\,D'}{n}\;\{(X_2)\,Sin.\,2\,P + (Y_2)\,Cos.\,2\,P\} \\
&+ \frac{\Sigma\,\Delta^3}{n}\;.\;\{(X_3)\,Sin.\,3\,P + (Y_3)\,Cos.\,3\,P\} \\
&+ \frac{\Sigma\,\Delta^3}{n}\;.\;\{(X_4)\,Sin.\,4\,P + (Y_4)\,Cos.\,4\,P\}
\end{aligned}
$$

En zoo wij verder, volgens de uitdrukkingen (a) (b) en (c) pag. 18, elke der 24 waarden van N_i vermenigvuldigen met *Sin.* k'P, of *Cos.* k'P, de som nemen en door 12 deelen, dan zullen wij eindelijk vinden, stellende:

$$r_1 = \frac{11{,}772}{12}\,\mu_1 = 0{,}981\,\mu_1 \qquad t_1 = \frac{0{,}535}{12}\,\mu_2 = 0{,}045\,\mu_2$$

$$s_1 = \frac{12{,}174}{12}\,\mu_1 = 1{,}015\,\mu_1 \qquad u_1 = \frac{1{,}055}{12}\,\mu_2 = 0{,}088\,\mu_2$$

$$r_2 = \frac{11{,}712}{12}\,\mu_2 = 0{,}976\,\mu_2 \qquad t_2 = \frac{0{,}564}{12}\,\mu_1 = 0{,}047\,\mu_1$$

$$s_2 = \frac{12{,}084}{12}\,\mu_2 = 1{,}007\,\mu_2 \qquad u_2 = \frac{0{,}321}{12}\,\mu_1 = 0{,}027\,\mu_1$$

$$r_3 = \frac{11{,}490}{12}\,\mu_3 = 0{,}968\,\mu_3 \qquad s = \frac{0{,}813}{24}\,\mu_1 = 0{,}035\,\mu_1$$

$$s_3 = \frac{11{,}938}{12}\,\mu_3 = 0{,}995\,\mu_3 \qquad u = \frac{0{,}813}{24}\,\mu_2 = 0{,}035\,\mu_2$$

Voorts:

$$\underline{\delta}^3\,(3\,Cos.\,2\,\underline{D} - 1) = l\;, \qquad \tfrac{1}{n}\,\Sigma\,(3\,Cos.\,2\,D' - 1)\,\Delta^3 = L$$

$$\underline{\delta}^3\,Sin.\,2\,\underline{D} = v\;, \qquad \tfrac{1}{n}\,\Sigma\,\Delta^3\,Sin.\,2\,D' = V$$

$$\underline{\delta}^3\,Cos.^2\,\underline{D} = w\;, \qquad \tfrac{1}{n}\,\Sigma\,\Delta^3\,Cos.^2\,D' = W$$

$$\underline{\delta}^3 = f\;, \qquad \tfrac{1}{n}\,\Sigma\,\Delta^3 = F$$

$$\beta' = \beta + 6^\circ$$

$$Q = Gemidd.\ M + l\,(a) + L\,(A) - s\,v\,\{(x_1)\,Sin.\,(\beta - 7^\circ\tfrac{1}{2}) - (y_1)\,Cos.\,(\beta' - 7^\circ\tfrac{1}{2})\}$$
$$- u\,w\,\{(x_2)\,Sin.\,2\,(\beta - 7^\circ\tfrac{1}{2}) - (y_2)\,Cos.\,2(\beta' - 7^\circ\tfrac{1}{2})\}$$

$$P_1 = V\,(X_1) + r_1\,v\{(x_1)Cos.\,\beta' - (y_1)Sin.\,\beta'\} + t_1\,w\{(x_2)\,Cos.2\beta' - (y_2)\,Sin.2\beta'\}$$
$$Q_1 = V\,(Y_1) - s_1\,v\{(x_1)Sin.\,\beta' - (y_1)Cos.\,\beta'\} - u_1 w\{(x_2)Sin.2(\beta' - 6^\circ) - (y_2)Cos.2(\beta' - 6^\circ)\} \quad (15)$$
$$P_2 = W(X_2) + r_2 w\{(x_2)Cos.2\beta' - (y_2)Sin.2\beta'\} - t_2\,v\,\{(x_1)Cos.\beta' - (y_1)Sin.\beta'\}$$
$$Q_2 = W(Y_2) - s_2 w\{(x_2)Sin.2\beta' - (y_2)Cos.\,2\beta'\} + u_2 v\{(x_1)Sin.(\beta' + 20^\circ) - (y_1)Cos.(\beta' + 20^\circ)\}$$
$$P_3 = F\,(X_3) + r_3 f\{(x_3)Cos.3\beta' - (y_3)Sin.3\beta'\} \qquad P_4 = F\,(X_4)$$
$$Q_3 = F\,(Y_3) - s_3 f\{(x_3)Sin.3\beta' - (y_3)Cos.3\beta'\} \qquad Q_4 = F\,(Y_4).$$

De getallen r_1, s_1, t_1, enz, zijn de volgende:

1°. Bij gemiddelden van 7 maansdagen;

$$s = 0{,}032$$
$$u = 0{,}023$$

$$r_1 = 0{,}889\;..\;t_1 = 0{,}029 \qquad r_2 = 0{,}637\;..\;t_2 = 0{,}043 \qquad r_3 = 0{,}307$$
$$s_1 = 0{,}920\;..\;u_1 = 0{,}057 \qquad s_2 = 0{,}657\;..\;u_2 = 0{,}024 \qquad s_3 = 0{,}316,$$

2°: Bij gemiddelden van 8 maansdagen:

$$s = 0{,}031$$

$$u = 0{,}020$$

$r_1 = 0{,}860$ . . $t_1 = 0{,}025$ $r_2 = 0{,}548$ . . $t_2 = 0{,}041$ $r_3 = 0{,}081$

$s_1 = 0{,}890$ . . $u_1 = 0{,}049$ $s_2 = 0{,}566$ . . $u_2 = 0{,}024$ $s_3 = 0{,}183$.

Herinnerd zij, dat β' de uurhoek der zon is, op den middelsten dag van het tijdvak, op het oogenblik van den doorgang der maan door den meridiaan, steeds *na den middag* gerekend. Alzoo, bij een midden uit 7 dagen:

$$\beta' = 15 \times \text{Tijd van maans-doorgang op den } 4^{\text{den}} \text{ dag} + 6°,$$

en bij een midden uit 8 dagen:

$$\beta' = 15 \times \frac{\text{doorgangstijd } 4^{\text{den}} + \text{doorgangstijd } 5^{\text{den}} \text{ dag}}{2} + 6°.$$

Beter echter is het om een *midden* uit *al* de 7 of 8 doorgangstijden te nemen. Men ziet uit de gevonden uitdrukkingen (15) weder even als uit (12) dat de zons- en maansgetijden zich, met eenige naauwkeurigheid, *niet* laten afzonderen, zonder een vol jaar minstens te omvatten. De gedeelten van het getij der zon die in Q voorkomen zijn echter zeer gering, en verdwijnen genoegzaam geheel, wanneer men een midden uit 4 achtervolgende zeventallen neemt.

De berekening van de gemiddelde waterhoogte, en van de verschillende getij-golven splitst zich dus naar aanleiding van het voorgaande, natuurlijk in drie gedeelten, te weten:

a) Het opmaken der gemiddelde waterhoogten telkens gedurende het ¼ van eenen synodischen maansomloop, en voor 24 maans-uurhoeken afzonderlijk; of het opmaken der gemiddelde waterhoogten telkens gedurende eene maand van 30 of 31 dagen, en voor 24 zons-uurhoeken afzonderlijk. Daarna in het uitrekenen der getallen Q, P_1, Q_1 enz. volgens de uitdrukkingen (11).

b) Het berekenen der getallen-coëfficienten, afhangende van de declinatiën van de zon en de maan, van 7 tot 7 dagen, voor elk der maans-kwartieren; waarbij het doelmatig is, als overeenstemmende declinatiën te nemen, die

welke 2 dagen of 48 uren *vroeger* plaats hadden, dan de tijden der waargenomene waterhoogten; doch met bijvoeging van de *verschillen* der coëfficienten, indien de declinatiën nog eenen dag vroeger, of eenen dag later waren opgezocht. Indien de waterhoogten gedurende 30 of 31 dagen, in de rangorde der uren van de zon gerangschikt zijn, moeten de coëfficienten berekend worden volgens (10).

c) Wanneer deze berekeningen voor het tijdsverloop van één vol jaar volbragt zijn, kunnen door eene geschikte combinatie, of best volgens de manier der kleinste kwadraten, de waarden van X_1, Y_1, X_2 enz. voor de maan, en van x_1, y_1 enz. voor de zon bepaald worden. Het zamentellen der waterhoogten in rangorde van de uurhoeken der maan, is van meer belang, dan het zamentellen in rangorde van de uurhoeken der zon. Doelmatigst is het om beide manieren tevens te volgen. Waarschijnlijk zal men echter kunnen volstaan met ter bepaling der zons-coëfficienten 4 maanden slechts te berekenen: Junij, December, Maart en September.

Het gedeelte *a*) kan ligtelijk aan meerdere rekenaars toevertrouwd worden, die met de noodige aanwijzingen, het gemakkelijk zullen kunnen volbrengen. Voor het gedeelte *b*) wordt eenige meerdere ontwikkeling in den rekenaar gevorderd, althans de kennis van het gebruik der Sinus- en Logarithmentafelen. Het gedeelte *c*) kan alleen door deskundigen gedaan worden.

Het gedeelte *a*) kan onmiddellijk toegepast worden, overal waar van uur tot uur de waterhoogten worden opgeteekend; bepaaldelijk zoude dit te Amsterdam, aan het Stads Waterkantoor kunnen geschieden, maar ook aan den Helder en elders. Het is *zeker*, dat door de waterhoogten bij een te voegen zoo als hier is voorgesteld, in weinig tijds de kennis van den loop der getijden op onze kusten, aanmerkelijk zoude bevorderd worden.

Wij zullen de wijze van het zamentellen der waterhoogten, het middelen en de verdere berekening in *a*) bedoeld, nu nog door een voorbeeld ophelderen, en kiezen daartoe de in de maand April 1851 aan het Waterkantoor te Amsterdam gedane opteekeningen der waterhoogten. De wijze van opteekenen en rangschikken, zoo wel eerst volgens de uren des daags, of uurhoeken van de zon, en daarna volgens de uurhoeken der maan, en verder de wijze van berekening der grootheden Q, P_1, Q_1 enz. is op drie Tabellen uitvoerig aangewezen en behoeft geene verdere opheldering. Wij deelen hier nog slechts mede de uitkomsten, die wij gevonden hebben door van den 31sten Maart tot den 5den Mei 1851, de waterhoogten volgens de maans-uurhoeken, in 5 ze-

ventallen van maansdagen, te rangschikken en telkens de getallen Q, P_1, Q_1 enz. te berekenen.

GEMIDD. DATUM.	β	Q	P_1	Q_1	P_2	Q_2	P_3	Q_3	P_4	Q_4
1831.										
3 April	22°,2	+ 4,17	—0,151	—0,720	+ 8,608	+13,451	+0,248	+0,124	—0,208	—0,087
10 "	113,5	—12,87	+3,099	+0,535	+ 9,660	+ 9,358	+0,412	—0,321	—0,116	—0,317
17 "	209,0	— 5,64	+0,952	—1,411	+ 8,963	+10,584	+0,037	—0,762	—0,346	—0,743
24 "	296,5	+ 1,92	—2,789	—1,693	+10,084	+10,719	+0,504	+0,062	—0,433	+0,274
2 Mei	16,2	— 1,97	+0,059	—1,625	+ 6,365	+11,865	—1,851	—0,472	—1,187	—0,830

Gerangschikt volgens zons-uurhoeken.

1 tot 30 April	— 5,39	—2,053	+0,144	— 1,705	+ 3,404	—0,152	+0,363	+0,015	+0,141

Men ziet dat van alle uitkomsten, die omtrent Q of de gemiddelde waterhoogte, de meeste veranderingen plaats hebben; hetgeen buiten twijfel een gevolg van den invloed van den wind op den stand des waters is. Het is dus noodzakelijk, dat de verschillende getallen Q zoodanig gecombineerd worden, dat met de meeste waarschijnlijkheid, het gezochte *midden* bevrijd zij van den invloed van den wind. De opteekening van de dagelijks gemiddeld geheerscht hebbende winden is dus van veel belang. Hieromtrent merken wij nog op, dat het doelmatig zijn zal, om den wind *niet volgens streken of graden,* maar door *twee getallen,* voorstellende de *componenten, naar het Noorden,* en *naar het Oosten,* op de Tabellen der waterhoogten aan te wijzen, en daarbij tevens zoo veel mogelijk ook de windkracht te voegen.

TAFEL

VAN DE

BETREKKELIJKE WERKING DER *MAAN*

OP DE WATERGETIJDEN,

BIJ VERSCHILLENDE AFSTANDEN TOT DE AARDE,

OF WAARDE VAN Δ^3.

PARALLAXIS.	½ MIDD.	Δ^3	*Versch.*
′ ″	′ ″		
53	14 28	0,804 = 1 — 0,196	
53 20	14 33	0,819 = 1 — 0,181	15
53 40	14 39	0,835 = 1 — 0,165	16
54	14 44	0,850 = 1 — 0,150	15
54 20	14 50	0,866 = 1 — 0,134	16
54 40	14 55	0,882 = 1 — 0,118	16
55	15 1	0,898 = 1 — 0,102	16
55 20	15 6	0,915 = 1 — 0,085	17
55 40	15 12	0,931 = 1 — 0,069	16
56 0	15 17	0,948 = 1 — 0,052	17
56 20	15 23	0,965 = 1 — 0,035	17
56 40	15 28	0,983 = 1 — 0,017	18
57	15 33	1,000 = 1	17
57 20	15 39	1,018 = 1 + 0,018	18
57 40	15 44	1,036 = 1 + 0,036	18
58	15 50	1,054 = 1 + 0,054	18
58 20	15 55	1,072 = 1 + 0,072	18
58 40	16 1	1,090 = 1 + 0,090	18
59 0	16 6	1,109 = 1 + 0,109	19
59 20	16 12	1,128 = 1 + 0,128	19
59 40	16 17	1,147 = 1 + 0,147	19
60	16 23	1,166 = 1 + 0,166	19
60 20	16 28	1,186 = 1 + 0,186	20
60 40	16 33	1,206 = 1 + 0,206	20
61	16 39	1,226 = 1 + 0,226	20
61 20	16 44	1,246 = 1 + 0,246	20
61 40	16 50	1,266 = 1 + 0,266	20
62	16 55	1,287 = 1 + 0,287	21

TAFEL

VAN DE

BETREKKELIJKE WERKING DER *ZON*

OP DE WATERGETIJDEN,

IN DE VERSCHILLENDE MAANDEN DES JAARS,

OF WAARDE VAN δ^3.

DATUM.	δ^3	*Versch.*	DATUM.
1 Januarij	1 + 0,052		1 Januarij
11 〃	1 + 0,051	— 1	22 〃
21 〃	1 + 0,049	2	12 〃
1 Februarij	1 + 0,045	4	2 Decemb.
11 〃	1 + 0,039	6	22 〃
21 〃	1 + 0,033	6	12 〃
3 Maart	1 + 0,025	8	1 Novemb.
13 〃	1 + 0,017	8	22 〃
23 〃	1 + 0,008	9	12 〃
2 April	1 — 0,001	9	2 October
12 〃	1 — 0,010	9	22 〃
23 〃	1 — 0,018	8	12 〃
3 Mei	1 — 0,025	7	2 Septemb.
13 〃	1 — 0,032	7	22 〃
23 〃	1 — 0;038	6	12 〃
2 Junij	1 — 0,043	5	2 Augustus
12 〃	1 — 0,046	3	23 〃
22 〃	1 — 0,048	2	13 〃
3 Julij	1 — 0,049	— 1	3 Julij

TAFEL,

VOOR HET RANGSCHIKKEN DER WATERHOOGTEN, VOLGENS DE UURHOEKEN DER MAAN.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°
0u	0′	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾
=	5	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12
12	10	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12
	15	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12
	20	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12¼
	25	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼
	30	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼
	35	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½
	40	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½
	45	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½
	50	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾
	55	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾
1u	0	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾
=	5	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1
13	10	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1
	15	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1
	20	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1¼
	25	2½	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼
	30	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼
	35	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½
	40	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½	12½	1½
	45	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½
	50	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾
	55	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾
2u	0	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾
=	5	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2
14	10	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2
	15	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2
	20	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2¼
	25	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼
	30	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼
	35	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½
	40	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½
	45	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½
	50	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾
	55	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾
3u	0	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾
=	5	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3
15	10	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3
	15	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3
	20	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3¼
	25	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼
	30	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼
	35	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½
	40	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½
	45	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½
	50	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾
	55	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°
4^u	0'	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾
=	5	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4
16	10	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4
	15	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4
	20	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4¼
	25	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼
	30	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼
	35	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼
	40	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½
	45	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½
	50	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½
	55	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾
5^u	0	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾
=	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5
17	10	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5
	15	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5
	20	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5¼
	25	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼
	30	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼
	35	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼
	40	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½
	45	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½
	50	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5½
	55	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾
6^u	0	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾
=	5	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6
18	10	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6
	15	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6
	20	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6¼
	25	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼
	30	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼
	35	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼
	40	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½
	45	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½
	50	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½
	55	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾
7^u	0	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾
=	5	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7
19	10	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7
	15	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7
	20	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7¼
	25	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼
	30	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼
	35	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼
	40	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½
	45	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½
	50	8¾	10	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½
	55	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°
8ᵘ	0′	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾
=	5	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8
20	10	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8
	15	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8
	20	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8¼
	25	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼
	30	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼
	35	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½
	40	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½
	45	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½
	50	9¾	11	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8¾
	55	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾
9ᵘ	0	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾
=	5	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9
21	10	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9
	15	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9
	20	10¼	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9¼
	25	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼
	30	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼
	35	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	7	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½
	40	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½
	45	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½
	50	10¾	12	1	2	3	4	5	6	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9¾
	55	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾
10ᵘ	0	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾
=	5	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	10
22	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10
	15	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10
	20	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10¼
	25	11½	12½	1½	2½	3½	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼
	30	11½	12½	1½	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼
	35	11½	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	8	9	10	11	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10½
	40	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	5	6	7	8	9	10	11	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½
	45	11¾	12¾	1¾	3	4	5	6	7	8	9	10	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½
	50	11¾	1	2	3	4	5	6	7	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10¾
	55	12	1	2	3	4	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾
11ᵘ	0	12	1	2	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾
=	5	12	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8½	9½	10½	11½	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	11
23	10	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11½	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11
	15	12¼	1¼	2¼	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11
	20	12¼	1½	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11¼
	25	12½	1½	2½	3½	4½	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼
	30	12½	1½	2½	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	12	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼
	35	12½	1¾	2¾	3¾	4¾	5¾	6¾	7¾	9	10	11	12	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11½
	40	12¾	1¾	2¾	3¾	4¾	6	7	8	9	10	11	12	1	2¼	3¼	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9½	10½	11½
	45	12¾	1¾	2¾	4	5	6	7	8	9	10	11	12¼	1¼	2¼	3¼	4¼	5¼	6½	7½	8½	9½	10½	11½
	50	12¾	2	3	4	5	6	7	8	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2¼	3¼	4½	5½	6½	7½	8½	9½	10½	11¾
	55	1	2	3	4	5	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12¼	1¼	2½	3½	4½	5½	6½	7½	8½	9¾	10¾	11¾
12ᵘ	0′	1	2	3	4¼	5¼	6¼	7¼	8¼	9¼	10¼	11¼	12½	1½	2½	3½	4½	5½	6¾	7¾	8¾	9¾	10¾	11¾

TABEL VAN DE

Gedurende de ma

VAN UUR TOT UUR WAARGENOMEN AAN HET

1851. April.	0u +	0u −	1u +	1u −	2u +	2u −	3u +	3u −	4u +	4u −	5u +	5u −	6u +	6u −	7u +	7u −	8u +	8u −	9u +	9u −	10u +	10u −	11u +	11u −	12u +	12u −
1	34		40		44		44		44		24		9		1			8		9		1	4		12	
2		24		21		18		16		24		27		35		41		46		48		45		40		30
3		8	2		10		20		22		16		10		0			11		19		15		13		7
4	18		24		30		32		35		36		28		26		16		10		15		19		19	
5		2		1	2		5		7		8		3			4		12		19		24		25		21
6		24		18		12		4	4		6		5		4		0			9		12		16		8
7		22		17		10		0	8		15		15		12		8			1		12		20		21
8		10		12		12		4		0	2		1		2			5		16		21		26		32
9		42		46		42		36		27		22		13		8		8		12		17		24		32
10		24		30		32		24		20		12		4	3		6		5			0		5		13
11		4		10		19		25		24		20		18		16		7		2		2		0		6
12		12		16		21		32		38		40		28		22		16		8		0	4		4	
13		0		1		5		11		16		22		24		18		13		4	3		9		14	
14	8		9		4			0		6		14		17		20		15		8		0	6		13	
15	2		6		10		6		2			6		13		18		23		17		12		7	1	
16		3	4		10		12		10		4			4		11		17		18		8		2	6	
17		11		9		4	0		2			2		6		14		20		25		23		18		12
18		11		8		0	8		10		9		3			5		12		20		25		26		20
19		16		9		1	6		11		13		11		6			0		10		16		18		11
20		11		6		0	10		15		19		20		12		4			6		14		20		19
21		49		45		38		27		16		6		1		2		0		2		6		8		13
22		22		15		11		9		0		0	7		7		9			4		12		20		26
23		10		12		3	2		10		20		27		30		30		25		18		7			1
24		20		24		27		18		12		4	5		13		18		18		16		12		4	
25	13		7		2			1		3	1		8		16		21		27		28		28		26	
26	8		1		7			13		17		20		13		8		3	8		15		20		18	
27	21		16		11		4			4		10		12		4		0	9		18		25		28	
28	12		14		10		3			5		14		18		17		11		8	2		10		14	
29		2		1		4		12		20		26		34		38		39		33		25		26		18
30		33		26		19		10		17		19		25		39		40		32		30		23		10
	116	368	123	327	140	281	152	242	180	249	173	264	152	265	132	285	112	306	102	330	115	320	144	337	159	300
		116		123		140		152		180		173		152		132		112		102		115		144		159
		252		204		141		90		69		91		113		153		194		228		205		193		141
		− 8,40		− 6,80		− 4,70		− 3,00		− 2,30		− 3,03		− 3,77		− 5,10		− 6,47		− 7,60		− 6,83		− 6,41		− 4,70

NB. De uren beginnen op den *middag* van elken datum, zoo dat 0u overeenstemt met 12u des middags, en de laatste kolom van 11u, de waterhoogten levert van den volgenden dag één uur vóór den middag.

Elke kolom is in twee afdeelingen gescheiden, met de teekens + en — aangeduid, bevattende de eerste de waterhoogten *boven peil*, de tweede die *onder peil*.

WATERHOOGTEN,
and April 1851,
STADS WATERKANTOOR TE AMSTERDAM.

1u		2u		3u		4u		5u		6u		7u		8u		9u		10u		11u		GEMIDD. WIND-RIGTING.	WIND-KRACHT.	GEMIDD. BAROM.
+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—			
20		23		19		14		4			9		17		23		28		30		28			
	21		8		2		2		2		6		12		22		28		24		16			
	0	8		13		20		23		16		18		16		12		7		12				
26		36		40		44		45		42		36		26		18		10		2				
	16		10		0	5		7		4		4			9		18		24		31			
	5	2		6		10		9		7		2			4		14		20		24			
	23		20		16		4	4		8		10		12		8			0		3			
	34		32		29		25		19		16		16		20		26		31		35			
	38		37		31		26		19		12		8		6		7		13		18			
	20		26		28		26		20		14		8		2	2		2			1			
	7		16		23		27		30		29		26		22		16		11		10			
2			4		10		18		25		28		26		20		16		8		2			
15		13		8		2			7		14		17		13		10		4	4				
15		16		13		8			1		8		14		17		14		9		6			
7		13		11		9			0		6		16		21		21		15		11			
14		23		28		28		24		19		10			4		12		17		14			
	5	3		9		11		8		2			5		15		22		25		18			
	15		7		2	3			0		4		11		16		22		25		22			
	6		0	8		16		17		16		11		4			4		12		16			
	13		8		5		9		13		24		36		43		47		50		52			
	10		7		1	5		9		14		10		6			4		12		20			
	24		16		4	6		13		18		19		20		13		6			4			
	10		16		9		7		0	10		14		11		6			2		14			
	5		11		15		14		8		1	6		13		17		18		16				
24		13		8		5		0			4	1		5		11		12		10				
12		1			6		14		18		7		9		2	7		13		18				
24		20		10			0		7		13		12		8		6	0		8				
11		6		2			5		12		17		21		22		16		14		7			
	14		18		21		28		36		40		43		50		48		49		47			
	4	2		7			0		6		12		20		27		23		16		8			
170	270	170	236	182	202	186	205	163	223	156	264	141	317	113	366	94	402	68	411	70	437			
	170		170		182		186		163		156		141		113		94		68		70			
	100		66		20		19		60		108		176		253		308		343		367			
— 3,33		— 2,20		— 0 67		— 0,63		— 2,00		— 3,60		— 5,87		— 8,43		— 10,27		— 11,43		— 12,23				

De waterhoogten zijn alle in Nederlandsche duimen opgeteekend. De gemiddelden zijn tot *honderdsten* van duimen aangewezen. Deze gemiddelden zijn toevallig alle *onder peil,* dus alle met het teeken —

De twee voorlaatste kolommen zijn bestemd voor de gemiddelde windrigting en windkracht; de laatste kolom voor de gemiddelde Barometerhoogte.

VOORBEELD VAN BEREKENING DER GETALLEN Q, P_1, Q_1, P_2, Q_2, P_3, Q_3, P_4 EN Q_4.

UURCIJFERS.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
GEMIDD. WATERHOOGTEN.	— 8,40	— 6,80	— 4,70	— 3,00	— 2,30	— 3,03	— 3,77	— 5,10	— 6,47	— 7,60	— 6,83	— 6,41	— 4,70	— 3,33	— 2,20	— 0,67	— 0,63	— 2,00	— 3,60	— 5,87	— 8,43	— 10,27	— 11,43	— 12,23

+ 0 = — 8,40
—12 = + 4,70
— 3,70

+ 1 = — 6,80
—11 = + 6,41
—13 = + 3,33
+23 = —12,23
+ 9,74 —19,03
—19,03
— 9,29
$\frac{1}{88}$ bij 0,106
$\frac{1}{22}$ af 0,422
— 8,974

+ 2 — 4,70
—10 = + 6,83
—14 = + 2,20
+22 = —11,43
+ 9,03 —16,13
—16,13
— 7,10
$\frac{1}{10}$ af . . . 0,710
$\frac{1}{30}$ af . . . 0,237
$\frac{1}{2000}$ af . . . 0,003
0,950
— 6,150

+ 3 — 3,00
— 9 = + 7,60
—15 = + 0,67
+21 —10,27
+ 8,27 —13,27
—13,27
— 5,00
$\frac{1}{25}$ bij 0,200
$\frac{1}{2500}$ bij 0,002
$\frac{1}{3}$ af 1,667
— 3,535

+ 4 = — 2,30
— 8 = + 6,47
—16 = + 0,63
+20 = — 8,43
+ 7,10 —10,73
—10,73
— 3,63
2 — 1,815

+ 5 = — 3,03
— 7 = + 5,10
—17 = + 2,00
+19 = — 5,87
+ 7,10 — 8,90
— 8,90
— 1,80
4 — 0,450
$\frac{1}{113}$ bij 0,016
— 0,466

Recapitulatie.
— 3,70
— 8,974
— 6,150
— 3,535
— 1,815
— 0,466
—24,640
12 — 2,053
= P_1

— 8,40
6,80
4,70
3,00
2,30
3,03
3,37
5,10
6,47
7,60
6,83
6,41
4,70
3,33
2,20
0,67
0,63
2,00
3,60
5,87
8,43
10,27
11,43
— 12,23
—129,37
24 — 5,390
= Q

Uitkomst.

Q = — 5,390
P_1 = — 2,053
Q_1 = + 0,144
P^2 = — 1,705
Q_2 = + 3,404
P_3 = — 0,152
Q_3 = + 0,363
P_4 = + 0,015
Q_4 = + 0,141

Amsterdam,
April 1851.

+ 6 = — 3,77
—18 = + 3,60
— 0,17

+ 5 = — 3,03
+ 7 = — 5,10
—17 = + 2,00
—19 = + 5,87
+ 7,87 — 8,13
— 8,13
— 0,26
$\frac{1}{88}$ bij 0,003
$\frac{1}{22}$ af 0,012
— 0,251

+ 4 = — 2,30
+ 8 = — 6,47
—16 = + 0,63
—20 = + 8,43
+ 9,06 — 8,77
— 8,77
+ 0,29
$\frac{1}{10}$ af . . . 0,029
$\frac{1}{30}$ af . . . 0,009
$\frac{1}{2000}$ af . . . 0,000
0,038
+ 0,252

+ 3 — 3,00
+ 9 — 7,60
—15 = + 0,67
—21 = +10,27
+10,94 —10,60
—10,60
+ 0,34
$\frac{1}{25}$ bij 0,014
$\frac{1}{2500}$ bij 0
$\frac{1}{3}$ af 0,113
+ 0,241

+ 2 = — 4,70
+10 = — 6,83
—14 = + 2,20
—22 = +11,43
+13,63 —11,53
—11,53
+ 2,10
2 + 1,050

+ 1 = — 6,80
+11 = — 6,41
—13 = + 3,33
—23 = +12,23
+15,56 —13,21
—13,21
+ 2,35
4 + 0,587
$\frac{1}{113}$ bij 0,021
+ 0,608

Recapitulatie.
—0,170
—0,251
+ 0,252
+ 0,241
+ 1,050
+ 0,608
+ 2,151 —0,421
— 0,421
+ 1,730
12 + 0,144
= Q_1

+ 0 = — 8,40
— 6 = + 3,77
+12 = — 4,70
—18 = + 3,60
+ 7,37 —13,10
—13,10
— 5,73

+ 1 = — 6,80
— 5 = + 3,03
— 7 = + 5,10
+11 = — 6,41
+13 = — 3,33
—17 = + 2,00
—19 = + 5,87
+23 = —12,23
+16,00 —28,77
—28,77
—12,770
$\frac{1}{10}$ af . . . 1,277
$\frac{1}{30}$ af . . . 0,426
$\frac{1}{2000}$ af . . . 0,006
1,709
—11,061

+ 2 = — 4,70
— 4 = + 2,30
— 8 = + 6,47
+10 = — 6,83
+14 = — 2,20
—16 = + 0,63
—20 = + 8,43
+22 = —11,43
+17,83 —25,16
—25,16
— 7,33
2 — 3,665

Recapiculatie.
— 5,730
—11,061
— 3,665
—20,456
12 — 1,705
= P_2

+ 3 = — 3,00
— 9 = + 7,60
+15 = — 0,67
—21 = +10,27
+17,87 — 3,67
— 3,67
+14,20

+ 2 = — 4,70
+ 4 = — 2,30
— 8 = + 6,47
—10 = + 6,83
+14 = — 2,20
+16 = — 0,63
—20 = + 8,43
—22 = +11,43
+33,16 — 9,83
— 9,83
+23,330
$\frac{1}{10}$ af . . . 0,333
$\frac{1}{30}$ af . . . 0,778
$\frac{1}{2000}$ af . . . 0,012
3,123
+20,207

+ 1 = — 8,40
+ 5 = — 3,03
— 7 = + 5,10
—11 = + 6,41
+13 = — 3,33
+17 = — 2,00
—19 = + 5,87
—23 = +12,23
+29,61 —16,76
—16,76
+12,85
2 + 6,425

Recapitulatie.
+14,200
+20,207
+ 6,425
+40,832
12 + 6,425
= Q_2

+ 0 = — 8,40
— 4 = + 2,30
+ 8 = — 6,47
—12 = + 4,70
+16 = — 0,63
—20 = + 8,43
+15,43 —15,50
—15,50
— 0,07 *

+ 2 — 4,70
— 6 = + 3,77
+10 = — 6,83
—14 = + 2,20
+18 = — 3,60
—22 = +1143
+17,40 — 15,13
—15,13
+ 2,27 *

+ 1 — 6,80
— 3 = + 3,00
— 5 = + 3,03
+ 7 = — 5,10
+ 9 = — 7,60
—11 = + 6,41
—13 = + 3,33
+15 = — 0,67
+17 = — 2,00
—19 = + 5,87
—21 = +10,27
+23 = —12,23
+31,91 —34,40
—34,40
— 2,49
$\frac{1}{25}$ bij 0,100
$\frac{1}{2500}$ bij 0,001
$\frac{1}{3}$ af 0,830
— 1,761
* — 0,070
— 1,831
12 — 0,152
= P_3

+ 1 = — 6,80
+ 3 = — 3,00
— 5 = + 3,03
— 7 = + 5,10
+ 9 = — 7,60
+11 = — 6,41
—13 = + 3,33
—15 = + 0,67
+17 = — 2,00
+19 = — 5,87
—21 = +10,27
—23 = +12,23
+34,63 —31,68
—31,68
+ 2,95
$\frac{1}{25}$ bij 0,118
$\frac{1}{2500}$ bij 0,001
$\frac{1}{3}$ af 0,983
+ 2,086
* + 2,270
+ 4,356
12 + 0,363
= Q_3

+ 0 = — 8,40
— 3 = + 3,00
+ 6 = — 3,77
— 9 = + 7,60
+12 = — 4,70
—15 = + 0,67
+18 = — 3,60
—21 = +10,27
+21,54 —20,47
—20,47
+ 1,07 *

+ 1 = — 6,80
— 2 = + 4,70
— 4 = + 2,30
+ 5 = — 3,03
+ 7 = — 5,10
— 8 = + 6,47
—10 = + 6,83
+11 = — 6,41
+13 = — 3,33
—14 = + 2,20
—16 = + 0,63
+17 = — 2,00
+19 = — 5,87
—20 = + 8,43
—22 = +11,43
+23 = —12,23
+42,99 —44,77
—44,77
— 1,78
2 — 0,890
* + 1,070
+ 0,180
12 + 0,015
= P_4

+ 1 = — 6,80
+ 2 = — 4,70
— 4 = + 2,30
— 5 = + 3,03
+ 7 = — 5,10
+ 8 = — 6,47
—10 = + 6,83
—11 = + 6,41
+13 = — 3,33
+14 = — 2,20
—16 = + 0,63
—17 = + 2,00
+19 = — 5,87
+20 = — 8,43
—22 = +11,43
—23 = +12,23
+44,86 —42,90
—42,90
+ 1,960
$\frac{1}{10}$ af . . . 0,196
$\frac{1}{30}$ af . . . 0,065
$\frac{1}{2000}$ af . . . 0,001
0,262
+ 1,698
12 + 0,141
= Q_4

NB. Boven op dit blad in de tweede rij, staan de 24 gemiddelde Waterhoogten, overeenstemmende met de uurhoeken, die door de cijfers 0 tot 23 worden aangewezen; deze cijfers zijn *uurcijfers* genoemd.

In elke der 9 *vertikale* kolommen staan de *uurcijfers* het eerst, ter linkerzijde, met teekens + of — vóór zich. Is het + (*plus*) dan schrijft men het overeenstemmende getal der waterhoogte *met hetzelfde teeken als het heeft*, uit de tweede horizontale rij, naast het uurcijfer; is het — (*min*) dan *verandert men het teeken* der gemiddelde waterhoogte, en schrijft haar aldus naast het uurcijfer: de getallen die + bekomen schrijft men ondereen, en die — bekomen insgelijks; en voegt alle te zamen met inachtneming van de regels der teekens. De aftrekkingen en bijvoegingen van gedeelten, die vervolgens op de Tabel aangewezen zijn, dienen ter vermenigvuldiging der gevondene sommen met *Sin.* 75°, *Sin.* 60°, *Sin.* 45°, *Sin.* 30° of *Sin.* 15°. De laatste bewerking, na de bijeenvoeging der gedeeltelijke uitkomsten, is altijd eene deeling door 12; behalve voor Q, waarbij door 24 moet gedeeld worden. Vergelijk de formule (11).

Wanneer de lijnen en cijfers dezer Tabel, die onveranderd blijven, *gedrukt zijn*, dan is verder de invulling en berekening gemakkelijk en kan in weinig tijds gedaan worden.



GEDRUKT BIJ W. J. KRÖBER.